



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PEDRO VICENTE DA SILVA

**SOLUÇÃO APROXIMADA PARA CONVECÇÃO FORÇADA EM
MICROCANAIS**

JOÃO PESSOA

2018

PEDRO VICENTE DA SILVA

**SOLUÇÃO APROXIMADA PARA CONVECÇÃO FORÇADA EM
MICROCANAIS**

Trabalho de conclusão de curso que apresenta á Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador (a): Prof. Dr. Jacques César dos Santos

JOÃO PESSOA

2018

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S586s Silva, Pedro Vicente da.

SOLUÇÃO APROXIMADA PARA CONVECÇÃO FORÇADA EM
MICROCANIAS / Pedro Vicente da Silva. - João Pessoa,
2018.

48 f. : il.

Orientação: PROF DR JACQUES CÉSAR DOS SANTOS SANTOS.
TCC (Especialização) - UFPB/TECNOLOGIA.

1. CONVECÇÃO, MICROCANIAIS, TRANSFORMADA INTEGRAL. I.
SANTOS, PROF DR JACQUES CÉSAR DOS SANTOS. II. Título.

UFPB/BC

PEDRO VICENTE DA SILVA

Trabalho conclusão de curso

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecânica

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jacques Cesar dos Santos

Departamento de Engenharia Mecânica – UFPB

(Orientador)

Prof. Dr. Jean Pierre Veronese

Departamento de Engenharia Mecânica – UFPB

(Examinador)

Eng. Mec. Pedro Paulo de Araújo Xavier

(Examinador)

João Pessoa, ____ de _____ de 2018

***Dedico esse trabalho a Deus,
autor da minha fé e a minha
família, à base de tudo.***

(PEDRO)

AGRADECIMENTOS DE PEDRO VICENTE DA SILVA

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me dado saúde e força para superar todas as dificuldades do curso.

A minha mãe, Jeralda Vicente da Silva, a minha namorada Ingrid Sheron Madruga da Nobrega, a meus irmãos Rafael Vicente da Silva, Fernanda Vicente da Silva e Dalila Vicente da Silva que sempre me apoiaram em todas as decisões e dificuldades desde o início de minha caminhada para me formar nesse curso e a todos os docentes que me ajudaram de alguma forma na construção dos meus conhecimentos.

Aos companheiros de turma por serem meus parceiros em todos os momentos durante nosso curso.

Ao orientador Prof. Dr. Jacques César dos Santos que me guiou de forma brilhante.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para essa conquista.

***“Que os vossos esforços desafiem
as impossibilidades, lembrai-vos de
que as grandes coisas do homem
foram conquistadas do que parecia
impossível”.***

RESUMO

Atualmente esta crescendo o número de estudos na área de transferência de calor e no escoamentos de fluidos em microcanais em decorrência do aumento de aplicações praticas, percebe-se a importância de, cada vez mais, expandimos o estudo e conhecimento da transferência de calor nesses dispositivos. A presente pesquisa visa analisar a convecção forçada no escoamento laminar no interior de microcanais formados por placas paralelas. Onde teremos como ferramenta a ser utilizada a “Generalized Integral Transform Technique” (GITT), que é manipulada de forma a reduzir o problema original a um sistema linear de equações diferenciais de primeira ordem, que é solucionado utilizando-se algoritmos disponíveis para a solução numérica de sistemas diferenciais ordinários. São apresentados resultados obtidos, através de uma solução aproximada, para a temperatura média do fluido e o número de Nusselt local ao longo do canal em estudo. São realizadas comparações com os resultados existentes, já implantados, em literatura disponível, de modo a validar e embasar o estudo em questão.

Palavras-chave: Convecção, Microcanais, Transformada Integral.

ABSTRACT

Nowdays, the number of studies involving heat transfer and the fluid flow in micro-channels has drastically increased primarily due to the discovery of countless practical applications. Therefore, it's very important for us to expand our current knowlegde of this devices. The present research has as objective the study of the forced convection on the fluid flow in micro-channels using the "Generalized Integral Transform Technique (GITT)" with the intention of reducing the original problem to a linear system of first order differential equations, posteriorly solving them using algorithms for the numerical solution of ordinary differencial systems. The obtained results are presented as an approximate solution for the fluid medium temperature and the Nusselt number throughout the channel in study. And, to validate the study, a comparison with the results found and the ones found in the scientific literature is made.

Keywords: Convection, Micro-channels, Integral Transform.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,1$ e 5 termos.....	24
Figura 2 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,1$ e 10 termos.....	24
Figura 3 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,09$ e 5 termos.....	25
Figura 4 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,09$ e 10 termos.....	25
Figura 5 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,08$ e 5 termos.....	26
Figura 6 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,08$ e 10 termos.....	26
Figura 7 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,07$ e 5 termos.....	27
Figura 8 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,07$ e 10 termos.....	27
Figura 9 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,06$ e 5 termos.....	28
Figura 10 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,06$ e 10 termos.....	28
Figura 11 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,05$ e 5 termos.....	29
Figura 12 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,05$ e 10 termos.....	29
Figura 13 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,04$ e 5 termos.....	30
Figura 14 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,04$ e 10 termos.....	30
Figura 15 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,03$ e 5 termos.....	31
Figura 16 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas $kn=0,03$ e 10 termos.....	31

Figura 17 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas kn=0,02 e 5 termos.....	32
Figura 18 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas kn=0,02 e 10 termos.....	32
Figura 19 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas kn=0,01 e 5 termos.....	33
Figura 20 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas kn=0,01 e 10 termos.....	33

LISTA DE SIMBOLOS

Kn - Número de Knudsen

$Nu(z)$ - Número de Nusselt Local

$T(y,z)$ - Temperatura das Placas do Microcanal

$u(y)$ - Campo de velocidade dentro do canal (artigo)

$W(y)$ - Perfil adimensional de velocidade (artigo)

Y, y - Coordenadas adimensional e dimensional transversal

Z, z - Coordenadas adimensional e dimensional longitudinal

m - Número de termos utilizado no programa computacional MAXIMA.

β_v - Coeficiente de deslizamento da velocidade na parede

β_t -Coeficiente de salto de temperatura

$\theta(y,z)$ -Perfil de temperatura

$w(y_i)$ - Perfil local de velocidade

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1.
REVISÃO BIBLIOGRAFICA.....	2.
ABORDAGEM DO PROBLEMA.....	7.
RESULTADOS E DISCURSÕES.....	12.
CONSIDERAÇÕES FINAIS	34.
REFERÊNCIAS.....	35.

INTRODUÇÃO

O avanço e desenvolvimento da tecnologia estão diretamente ligados à importância da transferência de calor no cotidiano das pessoas. Como exemplo, podemos apontar os equipamentos domésticos como o forno, o chuveiro elétrico, geladeira, entre outros.

Porém, podemos dizer que os limites desse fenômeno não se limitam a nossa residência, estendendo-se para o campo industrial, onde os diversos processos da produção são realizados na presença da troca térmica. Não diferente, temos esse fenômeno visto em projetos de usinas térmicas e nucleares, fazendo parte também, geradores de vapor, motores de calor, condensadores e outros equipamentos que trabalham realizando troca de calor. Além disso, é válido frisar, também, que a transferência de calor está presente nas grandes áreas da tecnologia como o campo espacial e microtecnologia (seu potencial para aplicação na refrigeração de circuitos eletrônicos, e equipamentos utilizados nas indústrias), mostrando a sua importância nas áreas diversas.

Ainda nesse contexto, vale a pena ressaltar a importância da transferência de calor na abordagem energética produtiva, conversão e na questão global da preservação do meio ambiente dos países.

Nesse contexto, levando o foco para o trabalho em questão, podemos apontar que a transferência de calor em microcanais tem recebido muita atenção. Segundo Santos (2012), recentes avanços em micromecânica permitiram a fabricação de vários dispositivos em micro escala, com aplicações em produtos comerciais e investigações científicas. No entanto, nos últimos anos, tem sido relatado que o comportamento de fluidos em tais canais desvia das previsões baseadas na hipótese do contínuo que é aceita nos fenômenos macroscópicos. Dessa forma, muitos estudos tem sido realizados com o objetivo de analisar o comportamento do fluxo convectivo através de microcanais.

REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Temos neste tópico do trabalho uma breve revisão bibliográfica das literaturas correlacionada com os assuntos pertinentes ao tema em questão. Dessa forma, temos o objetivo de identificar as diversas temáticas e assim poder contribuir para outros trabalhos e pesquisas futura.

A princípio é feita uma abordagem sobre os diversos trabalhos relacionados ao tema que fala sobre a convecção forçada em condições físicas similares estabelecidas no trabalho em questão. Assim como, será feita na sequência uma análise sobre a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), ampliando o conhecimento sobre esse método de solução.

1.1. Convecção Forçada em Microcanais

A convecção forçada é um fenômeno físico de extrema importância na área de física, engenharia térmica, química, entre outras. Sendo assim, vem recebendo atenção de diversos estudiosos do tema e levando uma vasta gama de trabalhos que serve de suporte para pesquisas diversas.

Segundo Castellões, podemos encontrar diversos trabalhos sobre a literatura em questão dos quais se destacam: o de PAPAUTSKY *et al.* (2001), revisando resultados e trabalhos sobre o escoamento laminar monofásico em microcanais; o de GAD-EL-HAK (2001) que aborda as modelagens utilizadas para os efeitos de rarefação e de superfície em microescala; o de BAYAZITOGLU & TUNC (2001), que resgata algumas soluções do slip-flow (modelo de escoamento de gases em micro-escala frequentemente utilizado, por contabilizar efeitos de rarefação de gases) para a convecção forçada em microcanais; o de ROSTAMI *et al.* (2002), listando e comparando diversos resultados para o escoamento e a transferência de calor em gases escoando em microcanais; o de WAUTELET & GUIBBIERS (2003), ressaltando as diferenças de abordagem utilizadas no tratamento de problemas em macro, micro e nanoescala; o de COLIN (2003), cobrindo e comparando resultados disponíveis para o escoamento de líquidos e de gases em microcanais; o de

YENER *et al.* (2005), que faz uma revisão do estado-da-arte disponível até 2004 em termos de modelos e resultados disponíveis para convecção monofásica em microcanais.

Para Castellões (2010), um trabalho de grande valia é a revisão realizada por MORINI (2004), listando e comparando resultados experimentais para transferência de calor em microcanais de diversos pesquisadores.

TOH *et al.* (2002), *apud* Castellões (2010), “apresentam uma investigação teórica com solução numérica via volumes finitos para o escoamento laminar e para a transferência de calor em regime permanente no interior de microcanais aquecidos”. Os resultados são validados em comparação a resultados experimentais disponíveis na literatura.

Nesse contexto, Castellões (2010) diz que entre os trabalhos em regime permanente que merecem maior destaque, CASTILHO (2003) apresenta resultados para a convecção em microcanais circulares considerando a dissipação viscosa e a condução axial ao longo da parede do tubo. Utilizando a GITT para a obtenção da solução, este trabalho abrange resultados para a faixa de validade do *slipflow* e merece particular atenção, por incluir efeitos físicos de interesse em microescala. Utilizando solução numérica via elementos finitos para um modelo físico de transferência de calor conjugada da convecção no fluido com a condução na parede em microcanais circulares, NONINO *et al.* (2009) apresentam resultados para a influência da condutividade térmica da parede e incluindo na modelagem o efeito de perdas térmicas nas extremidades do canal.

Ainda em termos de modelos conjugados para a transferência de calor, NUNES *et al.* (2009), *apud* Castellões (2010), apresentaram resultados experimentais para um microcanal composto por camadas paralelas de latão e cobre, com aquecimento por efeito Joule imposto por corrente elétrica. A modelagem teórica deste trabalho permitiu, a partir dos efeitos físicos considerados, boa concordância entre as simulações e os resultados experimentais. Dentre os efeitos considerados na modelagem, estão a conjugação do problema de condução no canal com a convecção no fluido, dissipação viscosa no fluido e condução axial de calor no fluido.

1.2. Técnica da Transformada Integral

Com o passar do tempo, devido ao grande desenvolvimento tecnológico, têm surgido diversos problemas complexos em enumeras áreas, sobretudo na engenharia, os quais necessitam de soluções mais acurada em tempos de resolução cada vez mais reduzidos, visando o máximo aproveitamento de todo o processo de produção. Sendo assim, com o desenvolvimento de computadores de alta velocidade de processamento como também de grande capacidade de armazenamento de dados, esses problemas já podem ser resolvidos e analisados. Contudo, grande parte desses problemas não apresentam soluções analíticas e têm que ser resolvidos por métodos numéricos ou por esquemas mistos que envolvem métodos numéricos e solução analítica.

Para Fernandes (2012), a Técnica da Transformada Integral Clássica é um método que tem sido empregado para resolução analítica de problema de difusão de calor e massa, a qual consiste na transformação de uma equação diferencial parcial em um sistema de equações diferenciais ordinárias não acopladas, as quais podem ser resolvidas de forma mais fácil. MIKHAILOV e ÕZISIK (1984), *apud* Fernandes (2012), apresentam uma compilação de sete classes de problemas de difusão de calor e massa que podem ser resolvidos com esta técnica. Entretanto esta técnica tem seu uso restrito a problemas lineares que podem ser transformados em sistemas não acoplados ou a problemas que envolvem problemas auxiliares não muito complicados.

Segundo Fernandes (2012), para reduzir a limitação imposta pela transformada integral clássica, foi desenvolvido um método híbrido que consiste de uma combinação de técnicas analíticas associadas á aproximações numéricas. Com isso, esse método foi denominado de Técnica da Transformada Integral Generalizado; sendo mais conhecido pelas iniciais de sua denominação em inglês (Generalized Integral Transform Technique- **GITT**).

Fernandes (2012) afirma que a GITT vem se tornando uma importante ferramenta na solução de problemas em convecção-difusão com controle automático do erro global e acentuada redução nos custos computacionais, em relação aos métodos puramente numéricos. Essa metodologia está sendo utilizada com sucesso em várias classes de problemas presentes na mecânica dos fluidos e na transferência de calor e massa. COTTA (1993), apud Fernandes (2012), fez uma compilação dos diversos problemas que já foram tratados com o auxílio da GITT nas últimas décadas.

Logo, podemos citar alguns exemplos desses problemas compilados por COTTA (1993):

LIMA (1995-2000) usou a técnica para resolver as equações de Navier-Stokes acopladas ao escoamento turbulento em canais retangulares.

LEAL (1996) estudou o problema de convecção natural em cavidades retangulares tanto para regime permanente quanto transiente.

GONDIM (1997) estudou a convecção forçada com difusão axial entre placas paralelas.

Nesse contexto, temos que para a utilização da GITT alguns passos devem ser aplicados sequencialmente:

- 1) Escolha de um problema auxiliar apropriado, o qual deve conter máximo de informações possíveis sobre o problema original, no que diz respeito à geometria e operadores nas coordenadas a serem eliminadas pela transformação integral. Quanto maior for o número de informações contidas no problema auxiliar, mais desacoplado será o sistema de equações diferenciais resultantes e menor o número de termos requeridos no truncamento do sistema;
- 2) Desenvolvimento de um par transformada-inversa, a partir da propriedade de ortogonalidade das autofunções, para transformação do problema original e posterior inversão dos campos transformados obtidos. Para os problemas clássicos de Sturm-Liouville, os resultados são disponíveis na literatura para uma grande variedade de situações (MIKHAILOV e ÔZILSIK, 1984);

- 3) Transformação integral do sistema diferencial parcial original em um sistema de equações diferenciais ordinárias, através do uso de operador apropriado. O operador integral é responsável pela eliminação de todas, menos uma das variáveis independentes da equação diferencial parcial, no entanto se nem todos os termos forem transformados completamente, o sistema de equações diferenciais ordinárias transformado será acoplado e de ser resolvido numericamente. Se um sistema desacoplado for obtido, cada potencial transformado pode ser resolvido separadamente e encontra-se uma solução analítica;
- 4) Resolução do sistema de equações diferenciais ordinárias, após o truncamento desse sistema infinito, encontrando-se os potenciais transformados. O truncamento deve ser feito de tal forma que se garanta que a solução do sistema esteja convergida dentro de um determinado critério pré-estabelecido. Os procedimentos numéricos utilizados para resolver o sistema normalmente envolvem o uso de sub-rotinas, como por exemplo, as encontradas na biblioteca IMSL do FORTRAN (1997). Para problemas parabólicos, o sistema de equações obtido é um problema de valor inicial, enquanto que para problemas elípticos o sistema é problema de valor de contorno. Sob certas condições pode-se usar uma solução aproximada, usando-se apenas os termos da diagonal do sistema, esta solução é chamada de solução de baixa ordem;
- 5) Utilização da formula de inversão para recuperar os potenciais originais, por meio dos potenciais transformados que já foram calculados no passo anterior. Então, a solução final é analítica ou híbrida analítico- numérica, se alguma das variáveis foi resolvida numericamente.

Segundo Fernandes (2012), vem se observando que alguns passos intermediários são utilizados no intuito de melhorar a performance da técnica, dependendo da dificuldade oferecida pelo problema.

ABORDAGEM DO PROBLEMA

Será considerado o desenvolvimento térmico na transferência de calor permanente, escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido no interior de um microcanal. O escoamento é considerado incompressível com propriedades físicas constantes. A convecção natural e a dissipação viscosa são desprezíveis. A temperatura na entrada tem distribuição uniforme. A temperatura na parede do canal é prescrita e uniforme. A temperatura do fluido $\theta(Y, Z)$, com o perfil de velocidade $W(Y)$ dado segundo Mikhailov & Cotta (2005), é descrita na forma adimensional pelo seguinte problema:

$$W(Y) \frac{\partial \theta(Y, Z)}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta(Y, Z)}{\partial Y^2}, \quad 0 < Y < 1, \quad Z > 0 \quad (1)$$

Teremos as seguintes condições de contornos:

$$\left. \frac{\partial \theta(Y, Z)}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0, \quad K_n \beta_v \beta \left. \frac{\partial \theta(Y, Z)}{\partial Y} \right|_{Y=1} = -\frac{1}{2} \theta(1, Z) = 0, \quad Z > 0 \quad (2,3)$$

Condições iniciais

$$\theta(Y, 0) = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad (4)$$

O perfil de temperatura adimensional é dado segundo Mikhailov and Cotta (2005):

$$W(Y) = \frac{6K_n \beta_v + 3(1 - Y^2)/2}{1 + 6K_n \beta_v} \quad (5)$$

Foram utilizados os seguintes grupos adimensionais:

$$Y = \frac{y}{y_1}, \quad Z = \frac{\alpha z}{u_{av} y_1^2}, \quad \theta(Y, Z) = \frac{T(y, z) - T_s}{T_{in} - T_s}, \quad W(Y) = \frac{u(y)}{u_{av}} \quad (6-9)$$

Na forma adimensional do problema, os dois parâmetros $K_n \beta_t$ são substituídos por $K_n \beta_v \beta$, onde $\beta = \frac{\beta_t}{\beta_v}$. Uma vez determinado $\theta(Y, Z)$ a temperatura média $\theta_{av}(Z)$ e o número de Nusselt local são todos dados respectivamente por:

$$\theta_{av}(Z) = \frac{\int_0^1 W(Y) \theta(Y, Z) dY}{\int_0^1 W(Y) dY}, \quad Nu(Z) = -\frac{1}{\theta_{av}(Z)} \left. \frac{\partial \theta(Y, Z)}{\partial Y} \right|_{Y=1} \quad (10,11)$$

MÉTODO DE SOLUÇÃO

No presente trabalho será utilizada a “Generalized Integral Transform Technique” (GITT), Cotta (1993). O uso da GITT permite a seleção de um problema de autovalor apropriado, sem a restrição do uso de um problema de autovalor específico para a obtenção de uma solução analítica. Este estudo apresenta uma contribuição ao estudo da convecção em microcanais, através da utilização de um problema de autovalor simples para a obtenção de uma solução analítico numérica, cujos resultados são comparados com dados da literatura.

Seguindo o formalismo da GITT, o problema de autovalor adotado será:

$$\frac{d^2 \tilde{\Psi}_i(Y)}{dY^2} + \mu_i^2 \tilde{\Psi}_i(Y) = 0 \quad (12)$$

$$\left. \frac{d\tilde{\Psi}_i(Y)}{dY} \right|_{Y=0} = 0, \quad K_n \beta_v \beta \left. \frac{d\tilde{\Psi}_i(Y)}{dY} \right|_{Y=1} = -\frac{1}{2} \tilde{\Psi}_i(1) \quad (13,14)$$

Onde $\tilde{\Psi}_i(Y) = \frac{\Psi_i(Y)}{\sqrt{N_i}}$ e μ_i são as auto funções normalizadas e os autovalores, respectivamente, e a normalização é definida pela equação (8):

$$N_i = \int_0^1 \Psi_i^2(Y) dY \quad (15)$$

A solução para o problema de autovalor é dada por:

$$\tilde{\Psi}_i(Y) = \frac{\cos(\mu_i Y)}{\sqrt{N_i}} \quad (16)$$

Onde temos que os autovalores são obtidos a partir da equação:

$$-\mu_i \sin(\mu_i) + \frac{1}{2(K_n \beta_v \beta)} \cos(\mu_i) = 0 \quad (17)$$

O problema auxiliar de autovalor permite a definição do seguinte par transformada-inversa:

$$\bar{\theta}_i(Z) = \int_0^1 \tilde{\Psi}_i(Y) \theta(Y, Z) dY \quad , \text{ transformada} \quad (18)$$

$$\theta(Y, Z) = \sum_{i=1}^n \tilde{\Psi}_i(Y) \bar{\theta}_i(Z) \quad , \text{ inversa} \quad (19)$$

A equação (1) é transformada com a aplicação do operador $\int_0^1 \tilde{\Psi}_i(Y) dY$, para a obtenção do sistema de equações diferenciais ordinários:

$$\sum_{j=1}^n \int_0^1 W(Y) \tilde{\Psi}_i(Y) \tilde{\Psi}_j(Y) dY \frac{\partial \bar{\theta}_j(Z)}{\partial Z} = -\mu_i^2 \bar{\theta}_i(Z) \quad (20)$$

Podemos reescrever a equação na forma matricial como:

$$\frac{d\bar{\theta}(Z)}{dZ} = B \bar{\theta}(Z) \quad (21)$$

$$\text{Onde } B = A^{-1} \mu^2 \text{ com } A_{i,j} = \int_0^1 W(Y) \tilde{\Psi}_i(Y) \tilde{\Psi}_j(Y) dY \quad (22,23)$$

Considerando apenas os termos da diagonal principal da equação (21), temos a equação:

$$A_{i,i} = \int_0^1 W \cdot \tilde{\Psi}_i \cdot \tilde{\Psi}_i dY \quad (24)$$

É necessária a transformação da condição inicial operando a equação (2) com $\int_0^1 \tilde{\Psi}_i(Y) dY$ para obter:

$$\bar{\theta}_i(0) = \int_0^1 \tilde{\Psi}_i(Y) \theta(Y, 0) dY = \int_0^1 \tilde{\Psi}_i(Y) 1 dY \quad (25)$$

Utilizando a solução aproximada para equação (21) teremos como resultado a equação:

$$\frac{d\bar{\theta}_i}{dz}(z) = \frac{-\mu_i^2}{A_{i,i}} \bar{\theta}_i(z) \quad (26)$$

Dessa forma, ela terá como solução do problema a resposta:

$$\bar{\theta}_i(z) = \bar{\theta}_i(0) e^{\frac{-\mu_i^2}{A_{i,i}} z} \quad (27)$$

O programa MAXIMA foi utilizado para obter os valores numéricos, obtidos pela equação anterior. Dessa forma, foram criados códigos para simular uma solução aproximada, sendo possível variar o número de termos e de Knudsen do problema. Como também, através do mesmo foi possível gerar gráficos que pudessem representar o comportamento do fenômeno proposto pelo trabalho dentro das condições estabelecidas anteriormente.

RESULTADOS E DISCURSÕES

O presente estudo vem buscar mostra de maneira aproximada a solução para o problema proposto tendo como parâmetro os resultados e estudos presente na literatura. Dessa forma, foi criada para estudo uma série de tabelas e gráficos, a elas relacionados, para se que possa fazer um paralelo com os trabalhos de Mikhailov e Cotta (2005) e Xavier (2018). Dentro desse contexto, temos um modelo teórico que pode ser abordado de maneira pratica, onde podemos obter resultados bastante interessantes do ponto de vista real do problema.

Teremos como padrão de análise, para todas as tabelas, a seguinte leitura dos dados: convergência do número de Nusselt e logo abaixo a da temperatura média, ambos ao longo da trajetória do fluido no microcanal. Com isso, partiu-se da variação do Knudsen e do número de termos para uma melhor abordagem dada convergência dos resultados.

A princípio, percebemos na tabela 1 que para um Knudsen de valor 0,1 e variando o número de termos (m) presente nas tabelas, temos que os valores do número de Nusselt não apresentam uma convergência em relação aos dados obtidos por Mikhailov e Cotta (2005) ao longo da trajetória do micricanal. Como também, é percebida uma diferença significativa nos valores do número Nusselt obtidos no início do micricanal ($z=0,005$) em todas as tabelas geradas, proporcionando um erro percentual alto.

Em seguida, ainda na tabela 1, podemos comparar o comportamento da temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal, onde é visto um melhor resultado da convergência dos valores obtidos em paralelo com os resultados de Xavier (2018). Dessa forma, temos um erro percentual pequeno para a temperatura média quando comparado com os dados gerados para o número de Nusselt, o que sinaliza uma boa validação da solução aproximada do problema, no tocante a temperatura média, com foco na convergência dos valores obtidos quando comparado aos dados obtidos por Xavier (2018).

Já os gráficos (figura 1 a 20) gerados, vale a pena ressaltar o comportamento da temperatura média do fluido ao longo da trajetória do microcanal. Segundo Xavier (2018), as interações realizadas mostram que a mudança de características nas paredes do microcanal faz com que a curva de decaimento de temperatura mude a sua característica geométrica, mostrando o escoamento com Knudsen abaixo de 0,1 tem uma região de inflexão maior na entrada do fluido nas paredes do canal. Sendo assim, este comportamento é condizente com os dados apresentados nas tabelas, pois a troca térmica do fluido se torna maior e assim o decaimento de temperatura é mais rápido. Ficando assim representado que a medida que o número de Knudsen diminui e região de desenvolvimento térmico passa a ser menor e o fluido fica com temperatura equalizada com as paredes do fluido de forma mais rápida.

Teremos a mesma abordagem para as demais tabelas, esses dados de convergência foram obtidos para um Knudsen variando de 0,01 a 0,1 com incremento de 0,01, onde a convergência do número de Nusselt e da temperatura média foi obtida na quarta casa decimal.

Tabela (1) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,1.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Cotta ¹	Erro%
0,005	1,6472	1,6505	1,6505	6,0099	3,0873	94,665
0,01	1,6320	1,6327	1,6327	1,6402	2,7029	-39,316
0,015	1,6194	1,6196	1,6196	1,6196	2,4820	-34,747
0,02	1,6088	1,6088	1,6088	1,6088	2,3311	-30,986
0,025	1,5995	1,5995	1,5995	1,5995	2,2188	-27,909
0,03	1,5915	1,5915	1,5915	1,5915	2,1309	-25,315
0,035	1,5843	1,5843	1,5843	1,5843	2,0595	-23,073
0,04	1,5779	1,5779	1,5779	1,5779	2,0002	-21,112
0,045	1,5722	1,5722	1,5722	1,5722	1,9500	-19,375
0,05	1,5670	1,5670	1,5670	1,5670	1,9067	-17,815
0,055	1,5623	1,5623	1,5623	1,5623	1,8691	-16,412
0,06	1,5581	1,5581	1,5581	1,5581	1,8360	-15,137
0,065	1,5542	1,5542	1,5542	1,5542	1,8068	-13,980
0,07	1,5507	1,5507	1,5507	1,5507	1,7807	-12,918
0,075	1,5474	1,5474	1,5474	1,5474	1,7573	-11,942
0,08	1,5445	1,5445	1,5445	1,5445	1,7326	-10,858
0,085	1,5418	1,5418	1,5418	1,5418	1,7172	-10,217
0,09	1,5393	1,5393	1,5393	1,5393	1,6999	-9,450
0,095	1,5370	1,5370	1,5370	1,5370	1,6842	-8,743
0,1	1,5348	1,5348	1,5348	1,5348	1,6699	-8,088

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9917	0,9918	0,9918	0,9952	0,9823	1,3096
0,01	0,9836	0,9836	0,9836	0,9837	0,8404	17,0461
0,015	0,9757	0,9757	0,9757	0,9757	0,9559	2,0699
0,02	0,9678	0,9678	0,9678	0,9678	0,9444	2,4824
0,025	0,9601	0,9601	0,9601	0,9601	0,9338	2,8178
0,03	0,9525	0,9525	0,9525	0,9525	0,9237	3,1162
0,035	0,9450	0,9450	0,9450	0,9450	0,9141	3,3751
0,04	0,9375	0,9375	0,9375	0,9375	0,9048	3,6153
0,045	0,9302	0,9302	0,9302	0,9302	0,8959	3,8238
0,05	0,9229	0,9229	0,9229	0,9229	0,8873	4,0106
0,055	0,9157	0,9157	0,9157	0,9157	0,8790	4,1746
0,06	0,9086	0,9086	0,9086	0,9086	0,8709	4,3265
0,065	0,9015	0,9015	0,9015	0,9015	0,8630	4,4655
0,07	0,8946	0,8946	0,8946	0,8946	0,8553	4,5910
0,075	0,8877	0,8877	0,8877	0,8877	0,8478	4,7021
0,08	0,8808	0,8808	0,8808	0,8808	0,8404	4,8108
0,085	0,8741	0,8741	0,8741	0,8741	0,8332	4,9040
0,09	0,8674	0,8674	0,8674	0,8674	0,8261	4,9938
0,095	0,8607	0,8607	0,8607	0,8607	0,8191	5,0798
0,1	0,8541	0,8541	0,8541	0,8541	0,8123	5,1489

¹ R. M. Cotta , Mixed symbolic-numerical computation of convective heat transfer with slip flow in microchannels, tabela (2).

Tabela (2) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,09.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,6972	1,7011	1,7011	6,0305	3,2494	85,587
0,01	1,6798	1,6806	1,6806	1,6880	2,8171	-40,079
0,015	1,6655	1,6657	1,6657	1,6657	2,5737	-35,280
0,02	1,6535	1,6535	1,6535	1,6535	2,4094	-31,371
0,025	1,6432	1,6432	1,6432	1,6432	2,2883	-28,193
0,03	1,6341	1,6341	1,6341	1,6341	2,1939	-25,514
0,035	1,6262	1,6262	1,6262	1,6262	2,1178	-23,214
0,04	1,6191	1,6191	1,6191	1,6191	2,0548	-21,204
0,045	1,6128	1,6128	1,6128	1,6128	2,0015	-19,422
0,05	1,6071	1,6071	1,6071	1,6071	1,9559	-17,835
0,055	1,6019	1,6019	1,6019	1,6019	1,9162	-16,401
0,06	1,5973	1,5973	1,5973	1,5973	1,8815	-15,107
0,065	1,5930	1,5930	1,5930	1,5930	1,8508	-13,928
0,07	1,5891	1,5891	1,5891	1,5891	1,8235	-12,852
0,075	1,5856	1,5856	1,5856	1,5856	1,7991	-11,866
0,08	1,5824	1,5824	1,5824	1,5824	1,7771	-10,956
0,085	1,5794	1,5794	1,5794	1,5794	1,7573	-10,121
0,09	1,5767	1,5767	1,5767	1,5767	1,7393	-9,347
0,095	1,5742	1,5742	1,5742	1,5742	1,7230	-8,633
0,1	1,5720	1,5720	1,5720	1,5720	1,7082	-7,975

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9915	0,9915	0,9915	0,9949	0,9811	1,4046
0,01	0,9832	0,9832	0,9832	0,9832	0,9665	1,7238
0,015	0,9750	0,9750	0,9750	0,9750	0,9536	2,2406
0,02	0,9669	0,9669	0,9669	0,9669	0,9418	2,6662
0,025	0,9590	0,9590	0,9590	0,9590	0,9308	3,0269
0,03	0,9511	0,9511	0,9511	0,9511	0,9205	3,3297
0,035	0,9434	0,9434	0,9434	0,9434	0,9106	3,6052
0,04	0,9358	0,9358	0,9358	0,9358	0,9011	3,8515
0,045	0,9283	0,9283	0,9283	0,9283	0,8921	4,0551
0,05	0,9208	0,9208	0,9208	0,9208	0,8833	4,2493
0,055	0,9135	0,9135	0,9135	0,9135	0,8748	4,4211
0,06	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,8665	4,5816
0,065	0,8990	0,8990	0,8990	0,8990	0,8585	4,7176
0,07	0,8919	0,8919	0,8919	0,8919	0,8506	4,8527
0,075	0,8848	0,8848	0,8848	0,8848	0,8429	4,9741
0,08	0,8778	0,8778	0,8778	0,8778	0,8354	5,0810
0,085	0,8709	0,8709	0,8709	0,8709	0,8281	5,1727
0,09	0,8641	0,8641	0,8641	0,8641	0,8209	5,2613
0,095	0,8573	0,8573	0,8573	0,8573	0,8138	5,3465
0,1	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8069	5,4150

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (3) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,08.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,7499	1,7543	1,7543	6,0445	3,4201	76,736
0,01	1,7298	1,7307	1,7307	1,7380	2,9345	-40,773
0,015	1,7136	1,7137	1,7137	1,7138	2,667	-35,742
0,02	1,7000	1,7000	1,7000	1,7000	2,4886	-31,689
0,025	1,6883	1,6883	1,6883	1,6883	2,3582	-28,405
0,03	1,6782	1,6782	1,6782	1,6782	2,2573	-25,652
0,035	1,6694	1,6694	1,6694	1,6694	2,1763	-23,292
0,04	1,6615	1,6615	1,6615	1,6615	2,1094	-21,232
0,045	1,6545	1,6545	1,6545	1,6545	2,0532	-19,417
0,05	1,6483	1,6483	1,6483	1,6483	2,0051	-17,797
0,055	1,6426	1,6426	1,6426	1,6426	1,9635	-16,343
0,06	1,6375	1,6375	1,6375	1,6375	1,9271	-15,028
0,065	1,6329	1,6329	1,6329	1,6329	1,895	-13,834
0,07	1,6286	1,6286	1,6286	1,6286	1,8665	-12,744
0,075	1,6248	1,6248	1,6248	1,6248	1,841	-11,744
0,08	1,6213	1,6213	1,6213	1,6213	1,8182	-10,830
0,085	1,6181	1,6181	1,6181	1,6181	1,7976	-9,986
0,09	1,6152	1,6152	1,6152	1,6152	1,779	-9,210
0,095	1,6125	1,6125	1,6125	1,6125	1,7621	-8,491
0,1	1,6100	1,6100	1,6100	1,6100	1,7468	-7,831

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9912	0,9912	0,9912	0,9946	0,9798	1,5078
0,01	0,9826	0,9826	0,9826	0,9826	0,9645	1,8807
0,015	0,9742	0,9742	0,9742	0,9742	0,9512	2,4191
0,02	0,9659	0,9659	0,9659	0,9659	0,939	2,8682
0,025	0,9578	0,9578	0,9578	0,9578	0,9277	3,2430
0,03	0,9498	0,9498	0,9498	0,9498	0,9171	3,5610
0,035	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,907	3,8416
0,04	0,9340	0,9340	0,9340	0,9340	0,8973	4,0937
0,045	0,9263	0,9263	0,9263	0,9263	0,888	4,3156
0,05	0,9187	0,9187	0,9187	0,9187	0,8791	4,5052
0,055	0,9112	0,9112	0,9112	0,9112	0,8704	4,6850
0,06	0,9037	0,9037	0,9037	0,9037	0,862	4,8419
0,065	0,8964	0,8964	0,8964	0,8964	0,8538	4,9869
0,07	0,8891	0,8891	0,8891	0,8891	0,8458	5,1194
0,075	0,8819	0,8819	0,8819	0,8819	0,838	5,2384
0,08	0,8748	0,8748	0,8748	0,8748	0,8303	5,3559
0,085	0,8677	0,8677	0,8677	0,8677	0,8229	5,4459
0,09	0,8607	0,8607	0,8607	0,8607	0,8155	5,5461
0,095	0,8538	0,8538	0,8538	0,8538	0,8084	5,6175
0,1	0,8470	0,8470	0,8470	0,8470	0,8013	5,6983

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (4) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,07.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,8051	1,8105	1,8105	6,0477	3,599	68,038
0,01	1,7820	1,7830	1,7830	1,7902	3,054	-41,383
0,015	1,7634	1,7636	1,7636	1,7636	2,7605	-36,112
0,02	1,7480	1,7481	1,7481	1,7481	2,5675	-31,916
0,025	1,7349	1,7349	1,7349	1,7349	2,4276	-28,532
0,03	1,7237	1,7237	1,7237	1,7237	2,3201	-25,707
0,035	1,7138	1,7138	1,7138	1,7138	2,2342	-23,292
0,04	1,7051	1,7051	1,7051	1,7051	2,1637	-21,195
0,045	1,6974	1,6974	1,6974	1,6974	2,1045	-19,345
0,05	1,6905	1,6905	1,6905	1,6905	2,0541	-17,703
0,055	1,6843	1,6843	1,6843	1,6843	2,0105	-16,227
0,06	1,6787	1,6787	1,6787	1,6787	1,9725	-14,896
0,065	1,6736	1,6736	1,6736	1,6736	1,9391	-13,691
0,07	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,9094	-12,589
0,075	1,6648	1,6648	1,6648	1,6648	1,883	-11,585
0,08	1,6611	1,6611	1,6611	1,6611	1,8593	-10,663
0,085	1,6576	1,6576	1,6576	1,6576	1,838	-9,816
0,09	1,6544	1,6544	1,6544	1,6544	1,8188	-9,038
0,095	1,6515	1,6515	1,6515	1,6515	1,8014	-8,319
0,1	1,6489	1,6489	1,6489	1,6489	1,7856	-7,656

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9909	0,9909	0,9909	0,9942	0,9784	1,6188
0,01	0,9821	0,9821	0,9821	0,9821	0,9624	2,0460
0,015	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734	0,9486	2,6162
0,02	0,9649	0,9649	0,9649	0,9649	0,936	3,0887
0,025	0,9565	0,9565	0,9565	0,9565	0,9244	3,4775
0,03	0,9483	0,9483	0,9483	0,9483	0,9135	3,8108
0,035	0,9402	0,9402	0,9402	0,9402	0,9032	4,0962
0,04	0,9322	0,9322	0,9322	0,9322	0,8933	4,3542
0,045	0,9243	0,9243	0,9243	0,9243	0,8838	4,5825
0,05	0,9165	0,9165	0,9165	0,9165	0,8747	4,7794
0,055	0,9088	0,9088	0,9088	0,9088	0,8659	4,9550
0,06	0,9012	0,9012	0,9012	0,9012	0,8573	5,1204
0,065	0,8937	0,8937	0,8937	0,8937	0,8489	5,2746
0,07	0,8862	0,8862	0,8862	0,8862	0,8408	5,4043
0,075	0,8789	0,8789	0,8789	0,8789	0,8329	5,5209
0,08	0,8716	0,8716	0,8716	0,8716	0,8251	5,6365
0,085	0,8644	0,8644	0,8644	0,8644	0,8175	5,7376
0,09	0,8573	0,8573	0,8573	0,8573	0,8101	5,8236
0,095	0,8502	0,8502	0,8502	0,8502	0,8028	5,9070
0,1	0,8432	0,8432	0,8432	0,8432	0,7956	5,9873

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (5) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,06.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,86304	1,86944	1,86945	6,032	3,7829	59,454
0,01	1,83618	1,83744	1,83744	1,84432	3,1729	-41,873
0,015	1,81492	1,81517	1,81517	1,81518	2,8527	-36,370
0,02	1,79746	1,79752	1,79752	1,79752	2,6448	-32,036
0,025	1,78277	1,78278	1,78278	1,78278	2,4956	-28,563
0,03	1,77017	1,77017	1,77017	1,77017	2,3816	-25,673
0,035	1,75922	1,75922	1,75922	1,75922	2,2910	-23,212
0,04	1,74961	1,74961	1,74961	1,74961	2,2169	-21,079
0,045	1,7411	1,7411	1,7411	1,7411	2,1549	-19,203
0,05	1,73351	1,73351	1,73351	1,73351	2,1022	-17,538
0,055	1,72673	1,72673	1,72673	1,72673	2,0569	-16,052
0,06	1,72062	1,72062	1,72062	1,72062	2,0174	-14,711
0,065	1,71512	1,71512	1,71512	1,71512	1,9827	-13,496
0,07	1,71014	1,71014	1,71014	1,71014	1,9520	-12,390
0,075	1,70563	1,70563	1,70563	1,70563	1,9247	-11,382
0,08	1,70153	1,70153	1,70153	1,70153	1,9003	-10,460
0,085	1,69779	1,69779	1,69779	1,69779	1,8783	-9,610
0,09	1,69439	1,69439	1,69439	1,69439	1,8585	-8,830
0,095	1,69129	1,69129	1,69129	1,69129	1,8407	-8,117
0,1	1,68846	1,68846	1,68846	1,68846	1,8245	-7,456

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,99062	0,99064	0,99064	0,99387	0,9767	1,75786
0,01	0,98151	0,98151	0,98151	0,98151	0,9601	2,23048
0,015	0,97259	0,97259	0,97259	0,97259	0,9458	2,83254
0,02	0,96385	0,96385	0,96385	0,96385	0,3292	192,785
0,025	0,95526	0,95526	0,95526	0,95526	0,921	3,71979
0,03	0,94681	0,94681	0,94681	0,94681	0,9099	4,05677
0,035	0,9385	0,9385	0,9385	0,9385	0,8993	4,35847
0,04	0,9303	0,9303	0,9303	0,9303	0,8892	4,62209
0,045	0,92222	0,92222	0,92222	0,92222	0,8796	4,84502
0,05	0,91424	0,91424	0,91424	0,91424	0,8703	5,04895
0,055	0,90637	0,90637	0,90637	0,90637	0,8613	5,2324
0,06	0,89859	0,89859	0,89859	0,89859	0,8525	5,40634
0,065	0,8909	0,8909	0,8909	0,8909	0,8441	5,54484
0,07	0,88331	0,88331	0,88331	0,88331	0,8358	5,68411
0,075	0,8758	0,8758	0,8758	0,8758	0,8277	5,81094
0,08	0,86837	0,86837	0,86837	0,86837	0,8199	5,91158
0,085	0,86102	0,86102	0,86102	0,86102	0,8122	6,01093
0,09	0,85375	0,85375	0,85375	0,85375	0,8046	6,10861
0,095	0,84655	0,84655	0,84655	0,84655	0,7972	6,19094
0,1	0,83943	0,83943	0,83943	0,83943	0,7899	6,2706

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (6) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,05.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,9233	1,9312	1,9312	5,9825	3,9664	50,829
0,01	1,8921	1,8936	1,8936	1,9001	3,2881	-42,212
0,015	1,8677	1,8680	1,8680	1,8680	2,9412	-36,487
0,02	1,8480	1,8480	1,8480	1,8480	2,7191	-32,035
0,025	1,8315	1,8315	1,8315	1,8315	2,5609	-28,482
0,03	1,8175	1,8175	1,8175	1,8175	2,4409	-25,541
0,035	1,8053	1,8053	1,8053	1,8053	2,3459	-23,043
0,04	1,7947	1,7947	1,7947	1,7947	2,2685	-20,884
0,045	1,7854	1,7854	1,7854	1,7854	2,204	-18,992
0,05	1,7771	1,7771	1,7771	1,7771	2,1492	-17,312
0,055	1,7697	1,7697	1,7697	1,7697	2,1022	-15,815
0,06	1,7631	1,7631	1,7631	1,7631	2,0614	-14,470
0,065	1,7572	1,7572	1,7572	1,7572	2,0256	-13,253
0,07	1,7518	1,7518	1,7518	1,7518	1,9939	-12,143
0,075	1,7469	1,7469	1,7469	1,7469	1,9658	-11,135
0,08	1,7425	1,7425	1,7425	1,7425	1,9407	-10,212
0,085	1,7385	1,7385	1,7385	1,7385	1,9182	-9,368
0,09	1,7349	1,7349	1,7349	1,7349	1,898	-8,595
0,095	1,7316	1,7316	1,7316	1,7316	1,8797	-7,881
0,1	1,7285	1,7285	1,7285	1,7285	1,8632	-7,227

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9903	0,9903	0,9903	0,9935	0,9749	1,9028
0,01	0,9809	0,9809	0,9809	0,9809	0,9576	2,4344
0,015	0,9717	0,9717	0,9717	0,9717	0,9429	3,0575
0,02	0,9627	0,9627	0,9627	0,9627	0,9297	3,5543
0,025	0,9539	0,9539	0,9539	0,9539	0,9175	3,9706
0,03	0,9453	0,9453	0,9453	0,9453	0,9061	4,3228
0,035	0,9367	0,9367	0,9367	0,9367	0,8954	4,6177
0,04	0,9284	0,9284	0,9284	0,9284	0,8851	4,8869
0,045	0,9201	0,9201	0,9201	0,9201	0,8753	5,1162
0,05	0,9119	0,9119	0,9119	0,9119	0,8658	5,3274
0,055	0,9039	0,9039	0,9039	0,9039	0,8566	5,5188
0,06	0,8959	0,8959	0,8959	0,8959	0,8478	5,6767
0,065	0,8881	0,8881	0,8881	0,8881	0,8392	5,8242
0,07	0,8803	0,8803	0,8803	0,8803	0,8308	5,9606
0,075	0,8727	0,8727	0,8727	0,8727	0,8226	6,0849
0,08	0,8651	0,8651	0,8651	0,8651	0,8146	6,1963
0,085	0,8576	0,8576	0,8576	0,8576	0,8068	6,2939
0,09	0,8502	0,8502	0,8502	0,8502	0,7991	6,3903
0,095	0,8428	0,8428	0,8428	0,8428	0,7916	6,4716
0,1	0,8356	0,8356	0,8356	0,8356	0,7842	6,5506

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (7) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,04.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	1,9855	1,9953	1,9953	5,8681	4,1413	41,696
0,01	1,9491	1,9510	1,9510	1,9569	3,3956	-42,369
0,015	1,9213	1,9217	1,9217	1,9217	3,0237	-36,446
0,02	1,8990	1,8991	1,8991	1,8991	2,7886	-31,898
0,025	1,8806	1,8806	1,8806	1,8806	2,6225	-28,288
0,03	1,8651	1,8651	1,8651	1,8651	2,497	-25,307
0,035	1,8517	1,8517	1,8517	1,8517	2,3982	-22,787
0,04	1,8401	1,8401	1,8401	1,8401	2,3179	-20,612
0,045	1,8300	1,8300	1,8300	1,8300	2,2511	-18,708
0,05	1,8210	1,8210	1,8210	1,8210	2,1946	-17,025
0,055	1,8130	1,8130	1,8130	1,8130	2,1462	-15,527
0,06	1,8058	1,8058	1,8058	1,8058	2,1042	-14,180
0,065	1,7994	1,7994	1,7994	1,7994	2,0674	-12,963
0,07	1,7936	1,7936	1,7936	1,7936	2,035	-11,860
0,075	1,7884	1,7884	1,7884	1,7884	2,0062	-10,854
0,08	1,7837	1,7837	1,7837	1,7837	1,9806	-9,939
0,085	1,7795	1,7795	1,7795	1,7795	1,9576	-9,099
0,09	1,7756	1,7756	1,7756	1,7756	1,937	-8,332
0,095	1,7721	1,7721	1,7721	1,7721	1,9184	-7,626
0,1	1,7689	1,7689	1,7689	1,7689	1,9015	-6,973

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9900	0,9900	0,9900	0,9930	0,9730	2,0511
0,01	0,9803	0,9803	0,9803	0,9803	0,9551	2,6370
0,015	0,9708	0,9708	0,9708	0,9708	0,9400	3,2809
0,02	0,9616	0,9616	0,9616	0,9616	0,9265	3,7899
0,025	0,9526	0,9526	0,9526	0,9526	0,9140	4,2200
0,03	0,9437	0,9437	0,9437	0,9437	0,9024	4,5759
0,035	0,9350	0,9350	0,9350	0,9350	0,8915	4,8756
0,04	0,9264	0,9264	0,9264	0,9264	0,8810	5,1506
0,045	0,9179	0,9179	0,9179	0,9179	0,8710	5,3865
0,05	0,9096	0,9096	0,9096	0,9096	0,8614	5,5928
0,055	0,9014	0,9014	0,9014	0,9014	0,8521	5,7800
0,06	0,8932	0,8932	0,8932	0,8932	0,8431	5,9463
0,065	0,8852	0,8852	0,8852	0,8852	0,8343	6,1032
0,07	0,8773	0,8773	0,8773	0,8773	0,8258	6,2368
0,075	0,8695	0,8695	0,8695	0,8695	0,8175	6,3587
0,08	0,8618	0,8618	0,8618	0,8618	0,8094	6,4680
0,085	0,8541	0,8541	0,8541	0,8541	0,8015	6,5639
0,09	0,8466	0,8466	0,8466	0,8466	0,7937	6,6590
0,095	0,8391	0,8391	0,8391	0,8391	0,7861	6,7393
0,1	0,8317	0,8317	0,8317	0,8317	0,7786	6,8177

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (8) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,03.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	2,0484	2,0608	2,0608	5,6166	4,2973	30,700
0,01	2,0064	2,0086	2,0086	2,0136	3,4913	-42,326
0,015	1,9748	1,9752	1,9752	1,9752	3,0982	-36,247
0,02	1,9498	1,9499	1,9499	1,9499	2,8521	-31,633
0,025	1,9294	1,9295	1,9295	1,9295	2,6793	-27,986
0,03	1,9124	1,9124	1,9124	1,9295	2,5494	-24,317
0,035	1,8978	1,8978	1,8978	1,9124	2,4474	-21,861
0,04	1,8852	1,8852	1,8852	1,8978	2,3647	-19,744
0,045	1,8742	1,8742	1,8742	1,8852	2,296	-17,891
0,05	1,8646	1,8646	1,8646	1,8742	2,2381	-16,258
0,055	1,8560	1,8560	1,8560	1,8646	2,1885	-14,802
0,06	1,8483	1,8483	1,8483	1,8560	2,1455	-13,495
0,065	1,8415	1,8415	1,8415	1,8483	2,1079	-12,314
0,07	1,8354	1,8354	1,8354	1,8415	2,0749	-11,248
0,075	1,8299	1,8299	1,8299	1,8354	2,0456	-10,277
0,08	1,8249	1,8249	1,8249	1,8299	2,0195	-9,390
0,085	1,8204	1,8204	1,8204	1,8204	1,9962	-8,807
0,09	1,8163	1,8163	1,8163	1,8163	1,9752	-8,044
0,095	1,8126	1,8126	1,8126	1,8126	1,9564	-7,349
0,1	1,8093	1,8093	1,8093	1,8093	1,9394	-6,709

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9896	0,9896	0,9896	0,9923	0,9710	2,1968
0,01	0,9796	0,9796	0,9796	0,9796	0,9526	2,8390
0,015	0,9699	0,9699	0,9699	0,9699	0,9371	3,5041
0,02	0,9605	0,9605	0,9605	0,9605	0,9233	4,0256
0,025	0,9512	0,9512	0,9512	0,9512	0,9106	4,4586
0,03	0,9421	0,9421	0,9421	0,9421	0,8988	4,8185
0,035	0,9332	0,9332	0,9332	0,9332	0,8877	5,1232
0,04	0,9244	0,9244	0,9244	0,9244	0,8771	5,3922
0,045	0,9157	0,9157	0,9157	0,9157	0,8669	5,6348
0,05	0,9072	0,9072	0,9072	0,9072	0,8571	5,8487
0,055	0,8988	0,8988	0,8988	0,8988	0,8477	6,0316
0,06	0,8905	0,8905	0,8905	0,8905	0,8386	6,1942
0,065	0,8824	0,8824	0,8824	0,8824	0,8297	6,3478
0,07	0,8743	0,8743	0,8743	0,8743	0,8211	6,4784
0,075	0,8663	0,8663	0,8663	0,8663	0,8127	6,5978
0,08	0,8584	0,8584	0,8584	0,8584	0,8045	6,7049
0,085	0,8507	0,8507	0,8507	0,8507	0,7964	6,8123
0,09	0,8430	0,8430	0,8430	0,8430	0,7886	6,8926
0,095	0,8353	0,8353	0,8353	0,8353	0,7808	6,9854
0,1	0,8278	0,8278	0,8278	0,8278	0,7733	7,0493

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (9) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,02.

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	2,1102	2,1153	2,1153	5,0283	4,4249	13,637
0,01	2,0622	2,0632	2,0632	2,0665	3,5725	-42,154
0,015	2,0268	2,0270	2,0270	2,0270	3,1632	-35,919
0,02	1,9993	1,9993	1,9993	1,9993	2,9088	-31,267
0,025	1,9770	1,9770	1,9770	1,9770	2,7309	-27,606
0,03	1,9585	1,9585	1,9585	1,9585	2,5976	-24,603
0,035	1,9428	1,9428	1,9428	1,9428	2,4931	-22,072
0,04	1,9293	1,9293	1,9293	1,9293	2,4085	-19,894
0,045	1,9176	1,9176	1,9176	1,9176	2,3384	-17,995
0,05	1,9073	1,9073	1,9073	1,9073	2,2793	-16,320
0,055	1,8982	1,8982	1,8982	1,8982	2,2288	-14,831
0,06	1,8902	1,8902	1,8902	1,8902	2,1851	-13,497
0,065	1,8830	1,8830	1,8830	1,8830	2,147	-12,297
0,07	1,8765	1,8765	1,8765	1,8765	2,1134	-11,208
0,075	1,8707	1,8707	1,8707	1,8707	2,0837	-10,220
0,08	1,8655	1,8655	1,8655	1,8655	2,0573	-9,321
0,085	1,8608	1,8608	1,8608	1,8608	2,0337	-8,499
0,09	1,8566	1,8566	1,8566	1,8566	2,0126	-7,751
0,095	1,8528	1,8528	1,8528	1,8528	1,9936	-7,064
0,1	1,8493	1,8493	1,8493	1,8493	1,9765	-6,435

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9893	0,9893	0,9893	0,9914	0,9691	2,3012
0,01	0,9790	0,9790	0,9790	0,9790	0,9502	3,0308
0,015	0,9690	0,9690	0,9690	0,9690	0,9344	3,7073
0,02	0,9593	0,9593	0,9593	0,9593	0,9204	4,2306
0,025	0,9499	0,9499	0,9499	0,9499	0,9075	4,6668
0,03	0,9406	0,9406	0,9406	0,9406	0,8955	5,0310
0,035	0,9314	0,9314	0,9314	0,9314	0,8842	5,3409
0,04	0,9225	0,9225	0,9225	0,9225	0,8734	5,6162
0,045	0,9136	0,9136	0,9136	0,9136	0,8631	5,8538
0,05	0,9049	0,9049	0,9049	0,9049	0,8532	6,0630
0,055	0,8964	0,8964	0,8964	0,8964	0,8437	6,2417
0,06	0,8879	0,8879	0,8879	0,8879	0,8344	6,4133
0,065	0,8796	0,8796	0,8796	0,8796	0,8254	6,5637
0,07	0,8713	0,8713	0,8713	0,8713	0,8167	6,6914
0,075	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8082	6,8082
0,08	0,8552	0,8552	0,8552	0,8552	0,7998	6,9265
0,085	0,8473	0,8473	0,8473	0,8473	0,7917	7,0189
0,09	0,8394	0,8394	0,8394	0,8394	0,7837	7,1113
0,095	0,8317	0,8317	0,8317	0,8317	0,7759	7,1894
0,1	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240	0,7683	7,2525

Fonte: SILVA (2018).

Dados do Estudo.

Tabela (10) - convergência do número de Nusselt e de temperatura média ao longo da trajetória do fluido no microcanal com Knudsen=0,01.

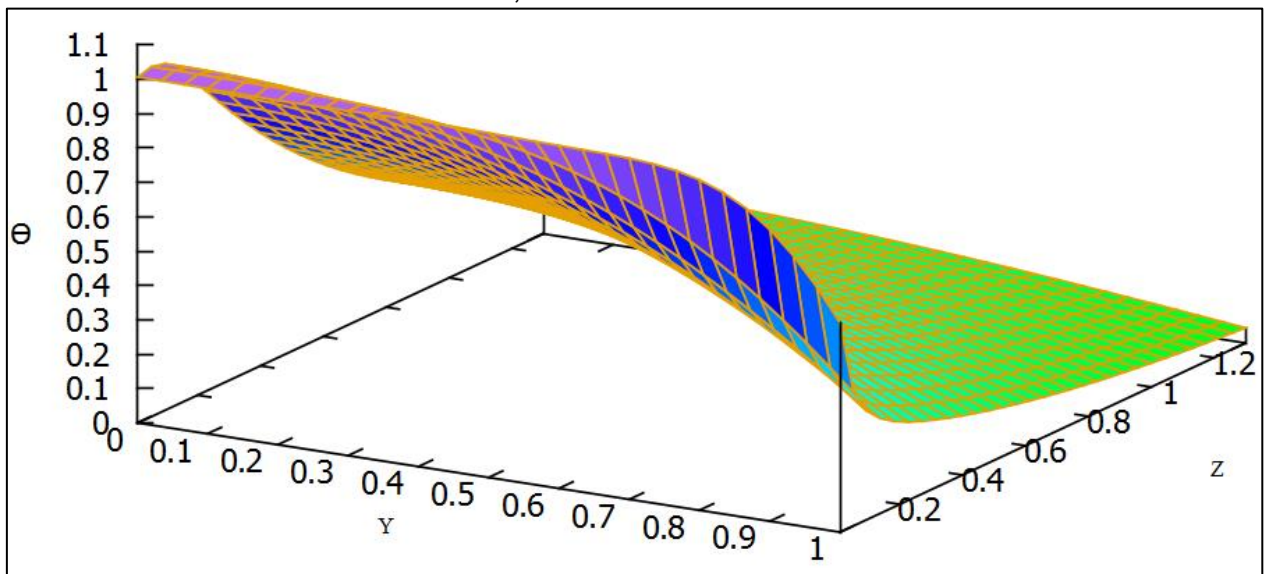
z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	2,1675	2,1743	2,1744	3,6752	4,5201	-18,691
0,01	2,1142	2,1155	2,1155	2,1164	3,6387	-41,837
0,015	2,0756	2,0758	2,0758	2,0758	3,2189	-35,511
0,02	2,0459	2,0460	2,0460	2,0460	2,9589	-30,854
0,025	2,0221	2,0221	2,0221	2,0221	2,7774	-27,194
0,03	2,0025	2,0025	2,0025	2,0025	2,6417	-24,198
0,035	1,9859	1,9859	1,9859	1,9859	2,5353	-21,671
0,04	1,9717	1,9717	1,9717	1,9717	2,4494	-19,504
0,045	1,9594	1,9594	1,9594	1,9594	2,3783	-17,615
0,05	1,9486	1,9486	1,9486	1,9486	2,3184	-15,950
0,055	1,9391	1,9391	1,9391	1,9391	2,2672	-14,470
0,06	1,9307	1,9307	1,9307	1,9307	2,2229	-13,144
0,065	1,9233	1,9233	1,9233	1,9233	2,1844	-11,955
0,07	1,9166	1,9166	1,9166	1,9166	2,1505	-10,877
0,075	1,9106	1,9106	1,9106	1,9106	2,1205	-9,899
0,08	1,9052	1,9052	1,9052	1,9052	2,0939	-9,010
0,085	1,9004	1,9004	1,9004	1,9004	2,0702	-8,202
0,09	1,8960	1,8960	1,8960	1,8960	2,049	-7,465
0,095	1,8921	1,8921	1,8921	1,8921	2,0299	-6,788
0,1	1,8886	1,8886	1,8886	1,8886	2,0127	-6,168

z	m=5	m=10	m=15	m=20	Xavier	Erro%
0,005	0,9889	0,9889	0,9889	0,9899	0,9674	2,3288
0,01	0,9784	0,9784	0,9784	0,9784	0,9482	3,1839
0,015	0,9682	0,9682	0,9682	0,9682	0,9322	3,8614
0,02	0,9583	0,9583	0,9583	0,9583	0,9179	4,3985
0,025	0,9486	0,9486	0,9486	0,9486	0,9049	4,8269
0,03	0,9391	0,9391	0,9391	0,9391	0,8927	5,1959
0,035	0,9298	0,9298	0,9298	0,9298	0,8813	5,4996
0,04	0,9206	0,9206	0,9206	0,9206	0,8704	5,7692
0,045	0,9116	0,9116	0,9116	0,9116	0,8599	6,0138
0,05	0,9028	0,9028	0,9028	0,9028	0,8499	6,2184
0,055	0,8940	0,8940	0,8940	0,8940	0,8402	6,4055
0,06	0,8854	0,8854	0,8854	0,8854	0,8308	6,5734
0,065	0,8769	0,8769	0,8769	0,8769	0,8217	6,7205
0,07	0,8685	0,8685	0,8685	0,8685	0,8129	6,8452
0,075	0,8603	0,8603	0,8603	0,8603	0,8042	6,9727
0,08	0,8521	0,8521	0,8521	0,8521	0,7958	7,0755
0,085	0,8440	0,8440	0,8440	0,8440	0,7876	7,1659
0,09	0,8361	0,8361	0,8361	0,8361	0,7795	7,2567
0,095	0,8282	0,8282	0,8282	0,8282	0,7716	7,3335
0,1	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,7638	7,4096

Fonte: SILVA (2018).

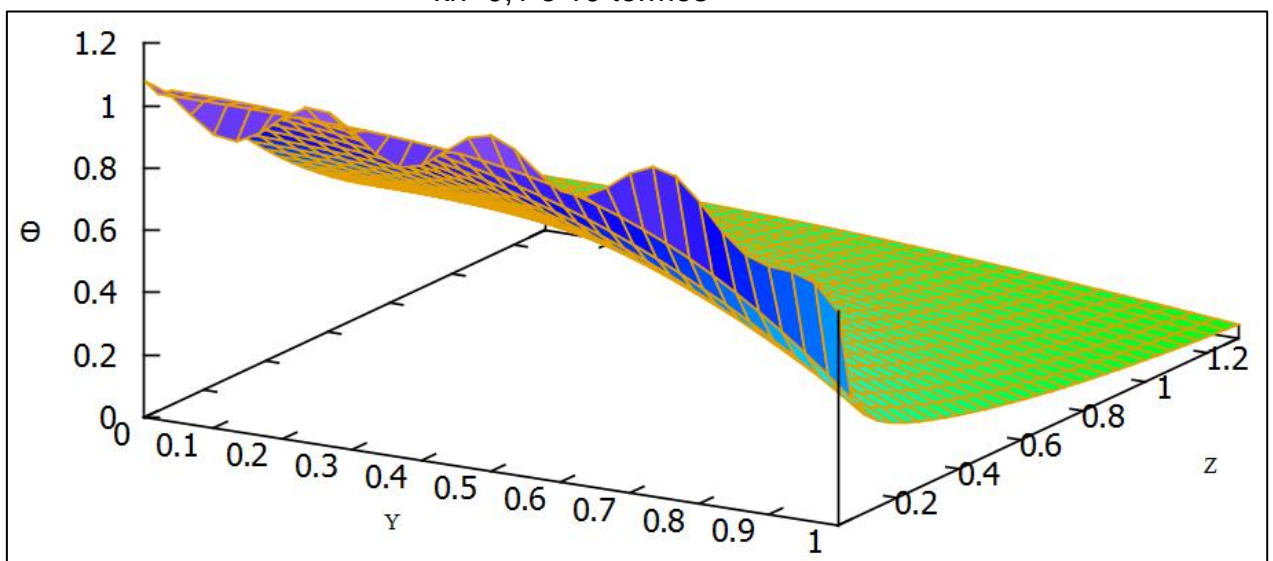
Dados do Estudo.

Figura 1 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,1$ e 5 termos



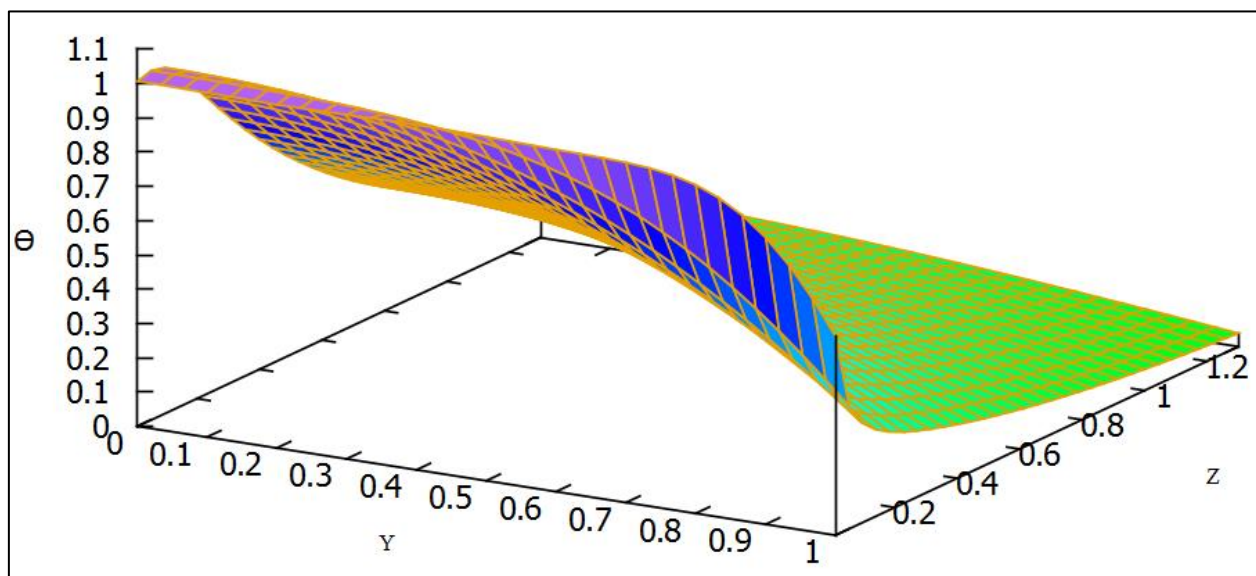
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 2 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,1$ e 10 termos



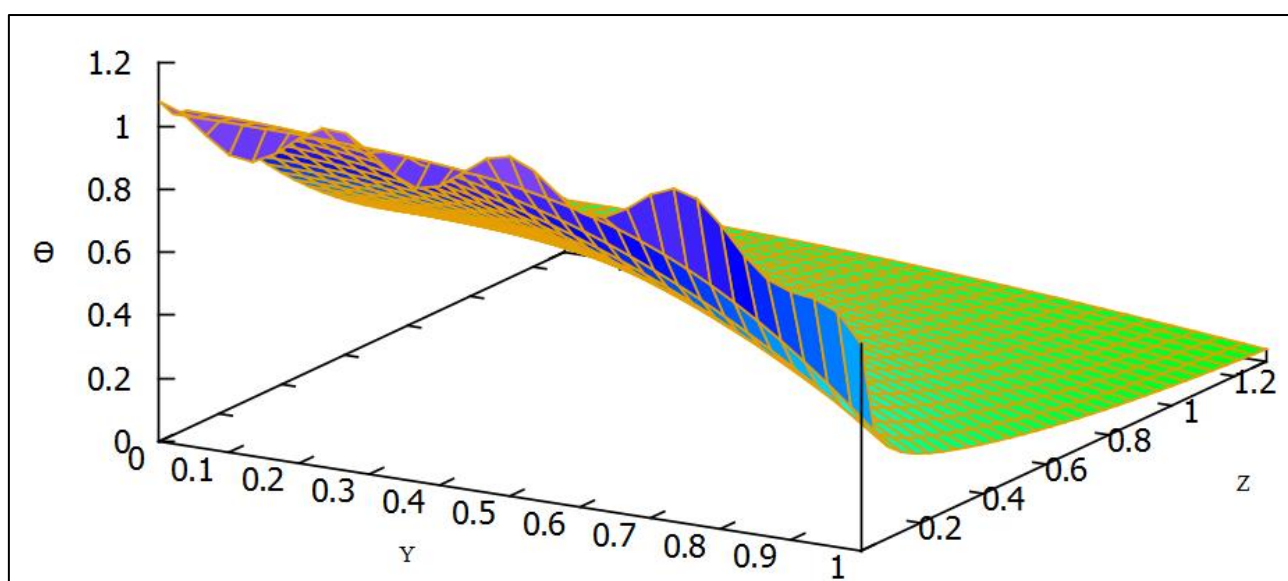
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 3 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,09$ e 5 termos



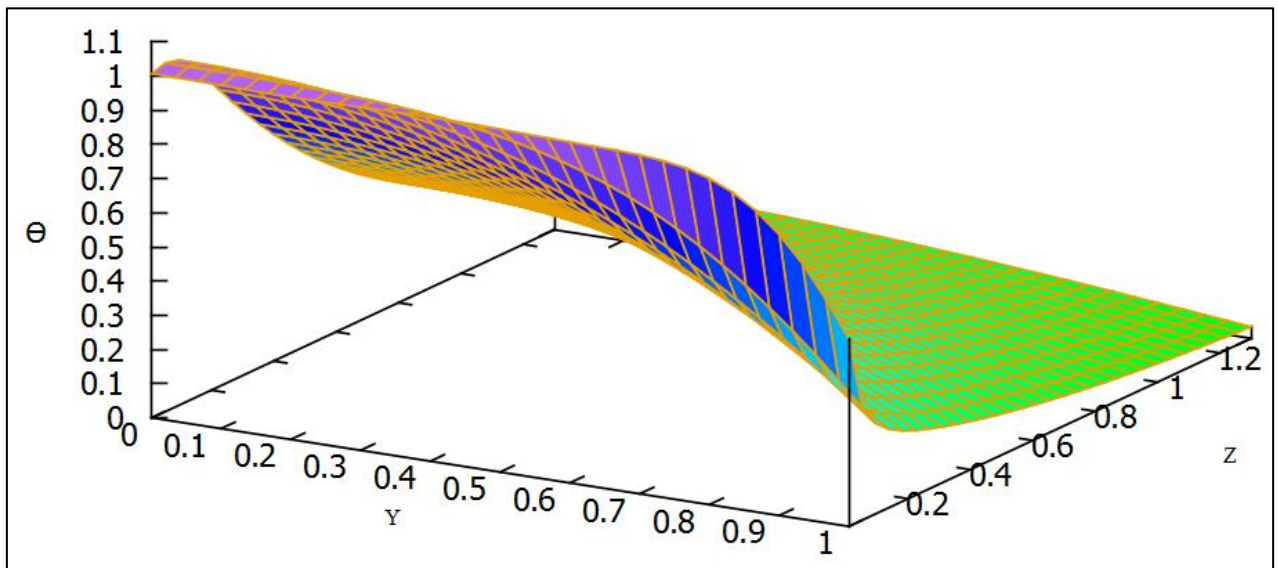
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 4 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,09$ e 10 termos



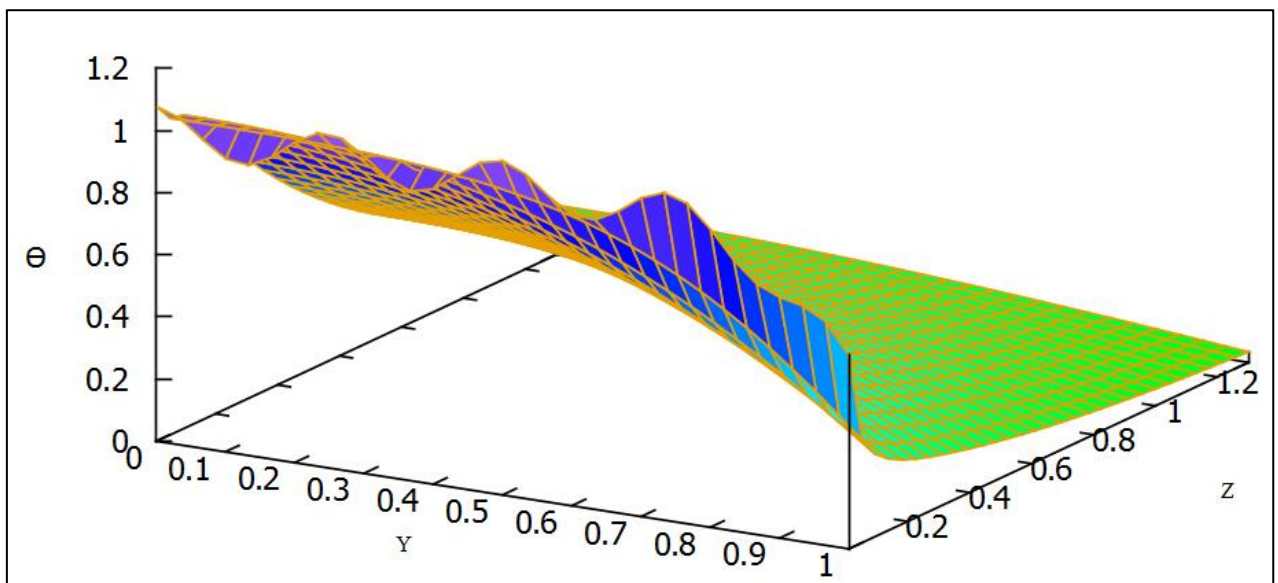
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 5 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,08$ e 5 termos



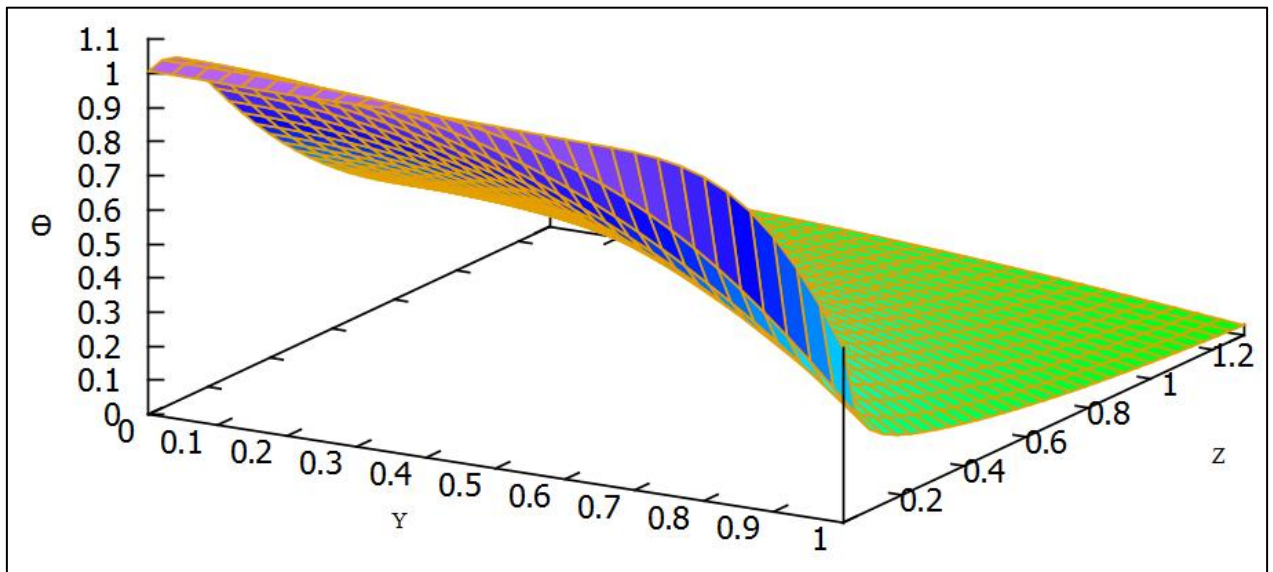
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 6 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,08$ e 10 termos



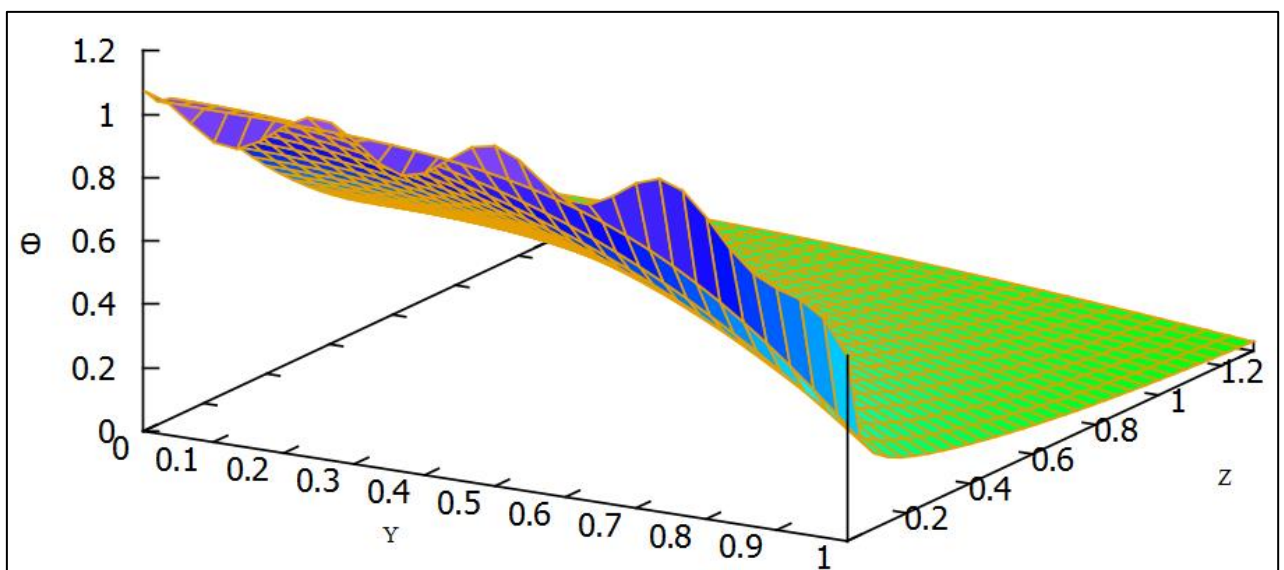
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 7 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,07$ e 5 termos



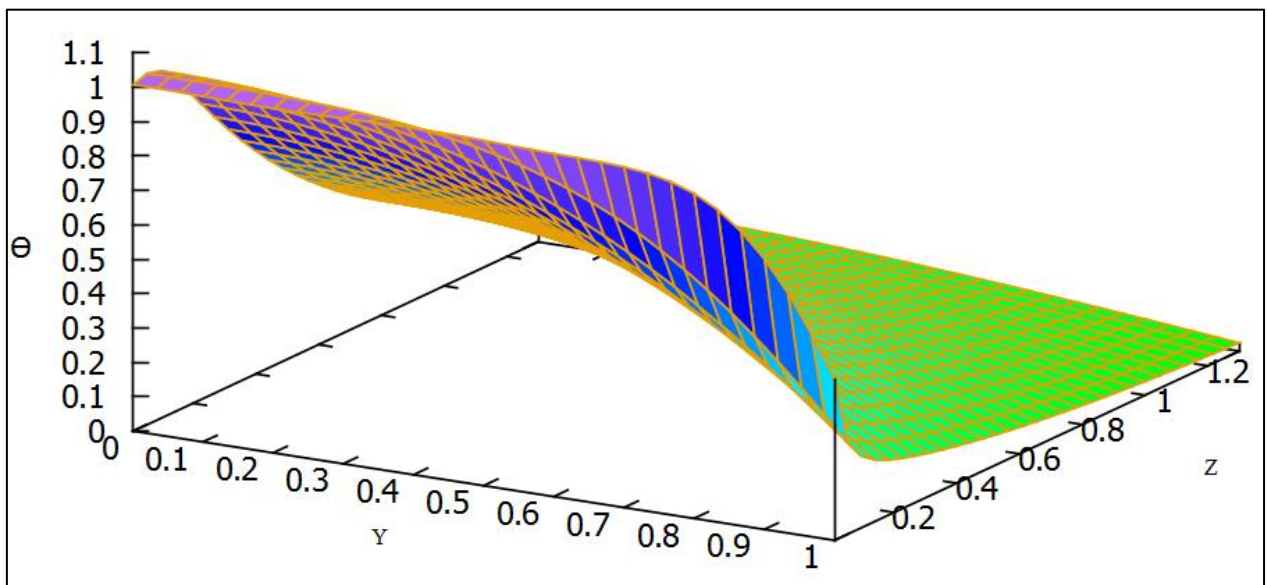
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 8 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,07$ e 10 termos



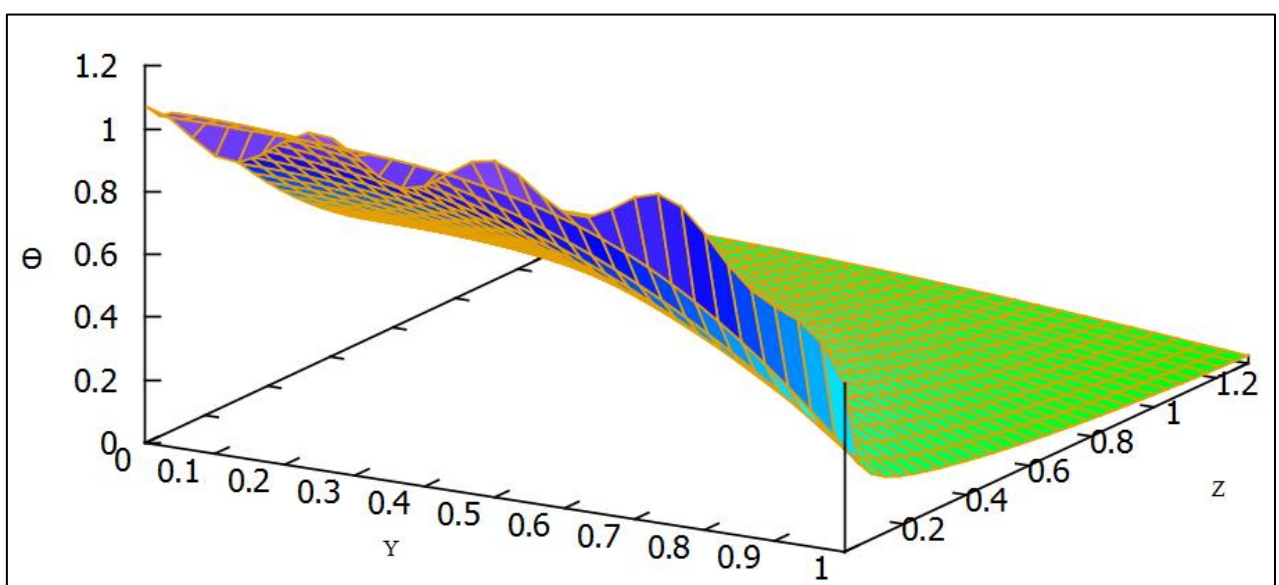
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 9 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,06$ e 5 termos



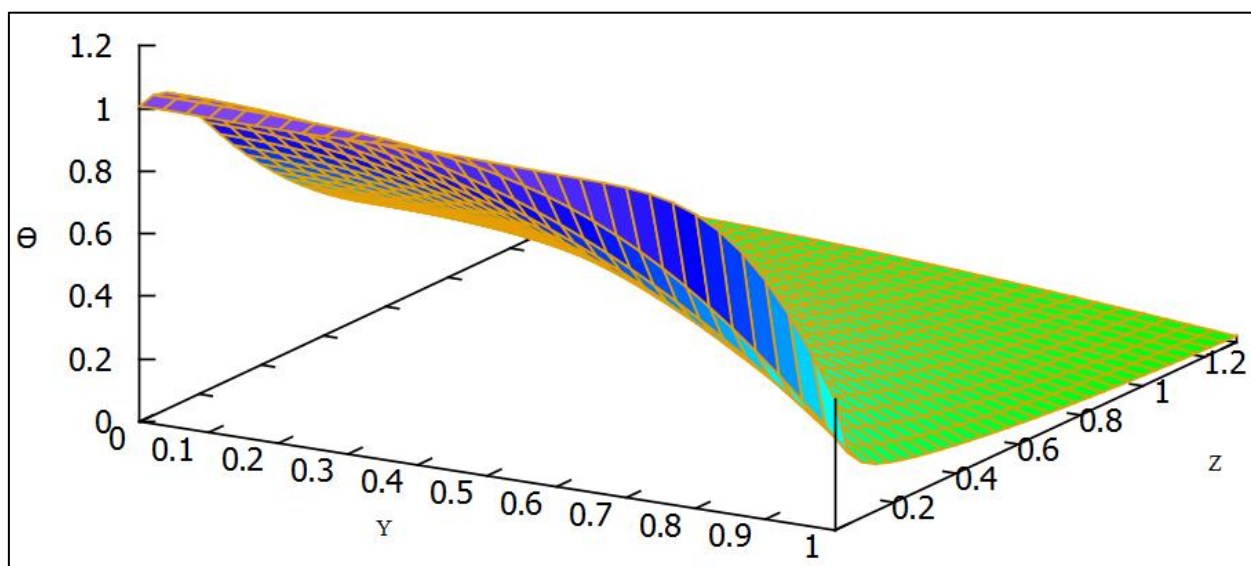
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 10 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,06$ e 10 termos



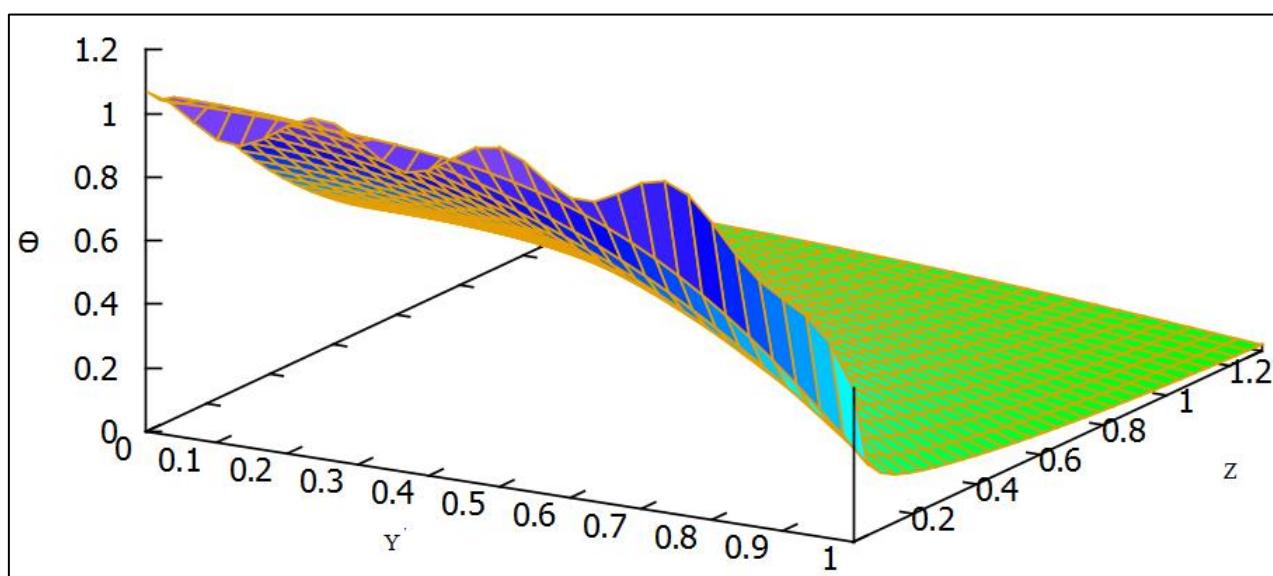
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 11 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,05$ e 5 termos



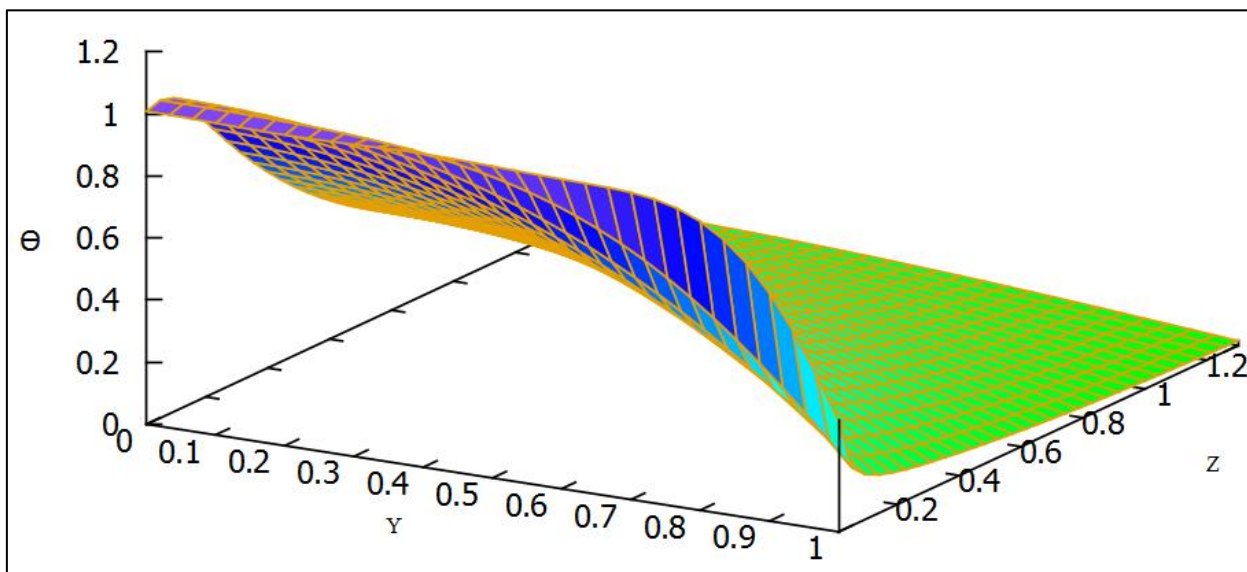
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 12 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,05$ e 10 termos



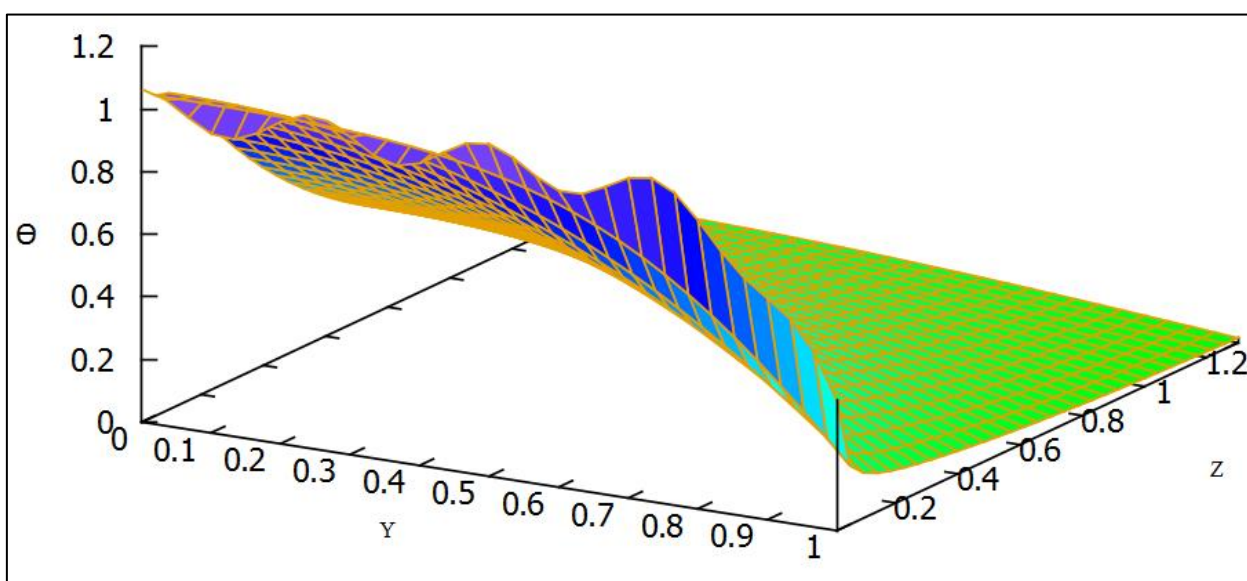
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 13 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,04$ e 5 termos



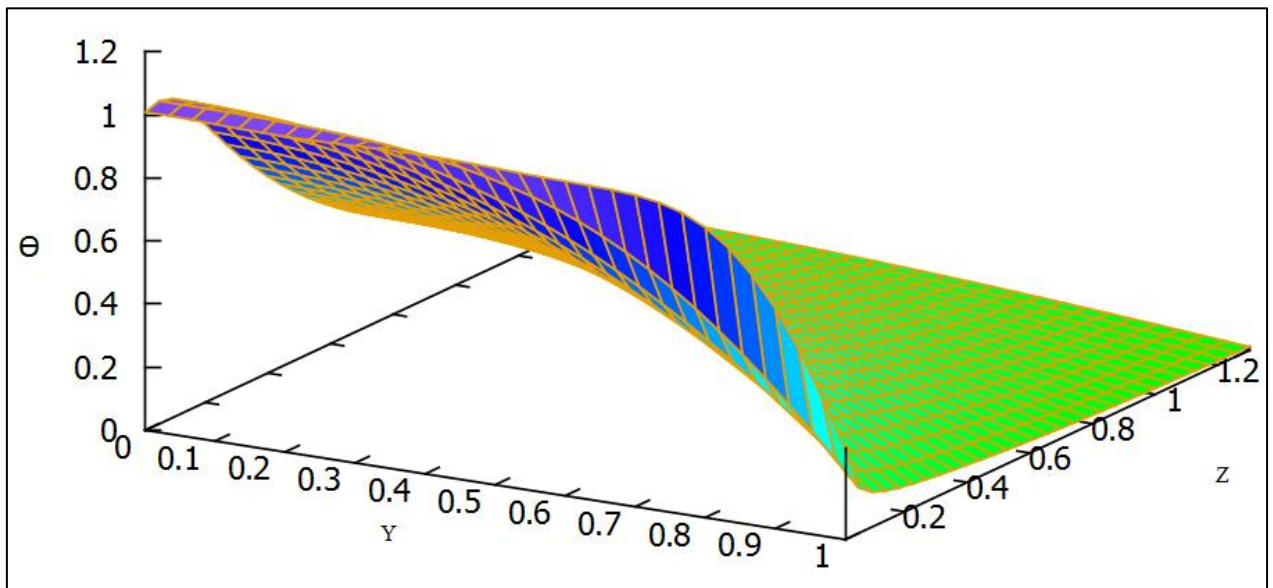
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 14 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,04$ e 10 termos



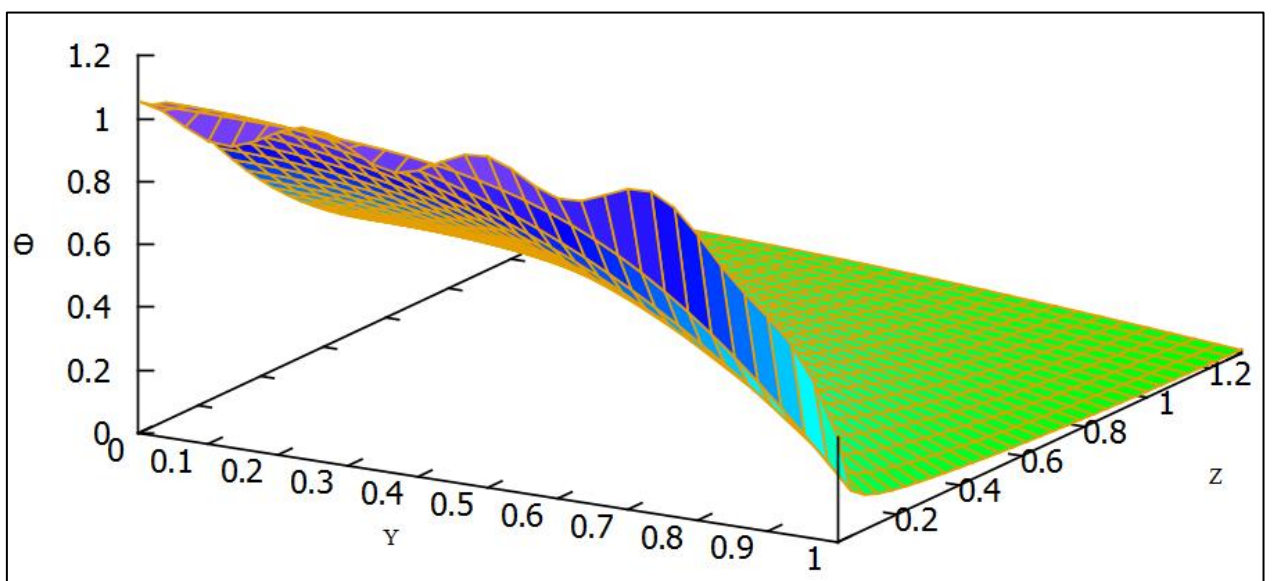
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 15 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,03$ e 5 termos



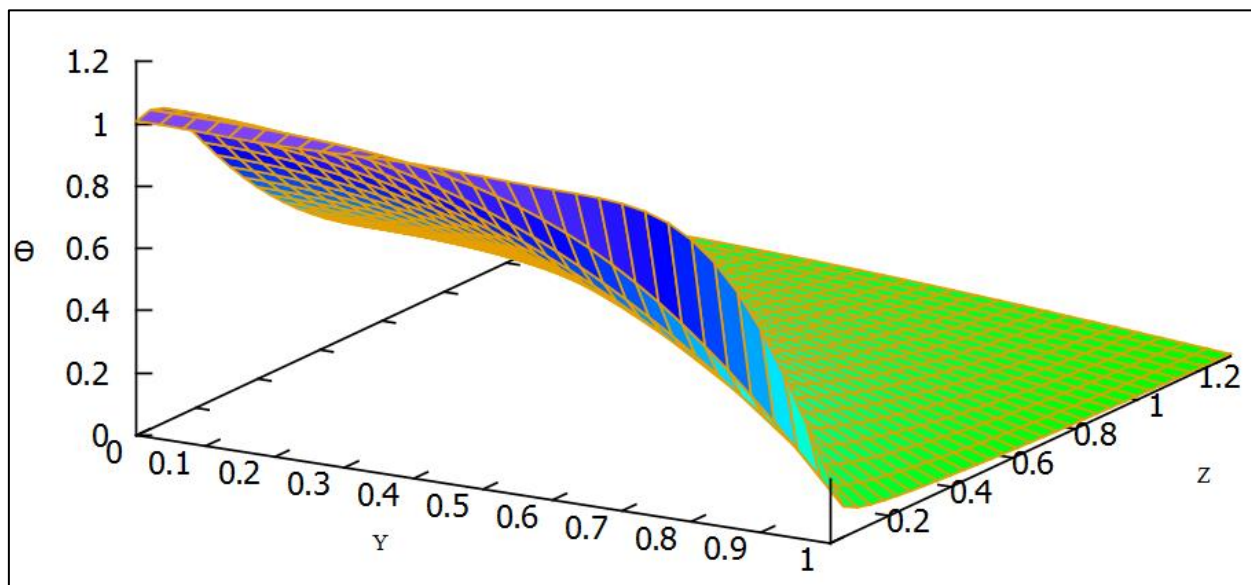
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 16 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,03$ e 10 termos



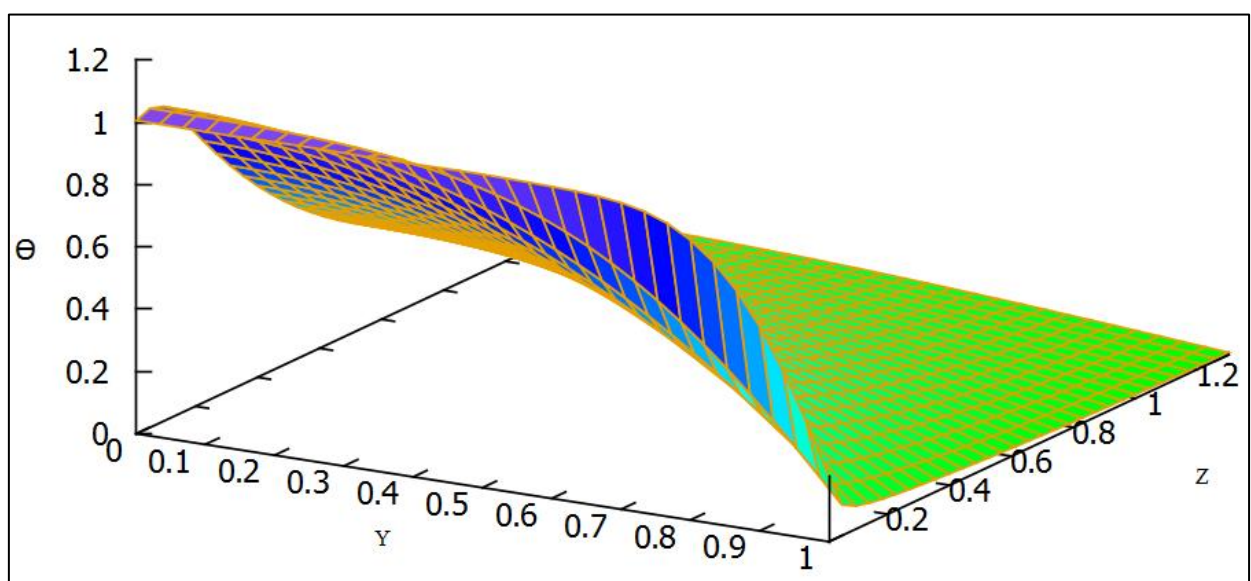
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 17 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,02$ e 5 termos



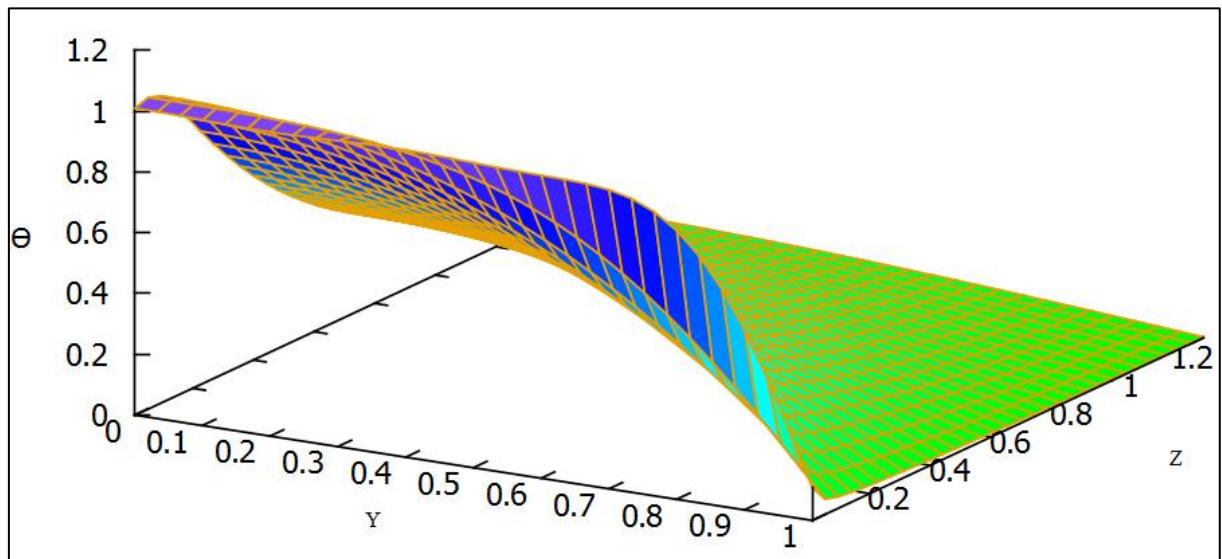
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 18 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,02$ e 10 termos



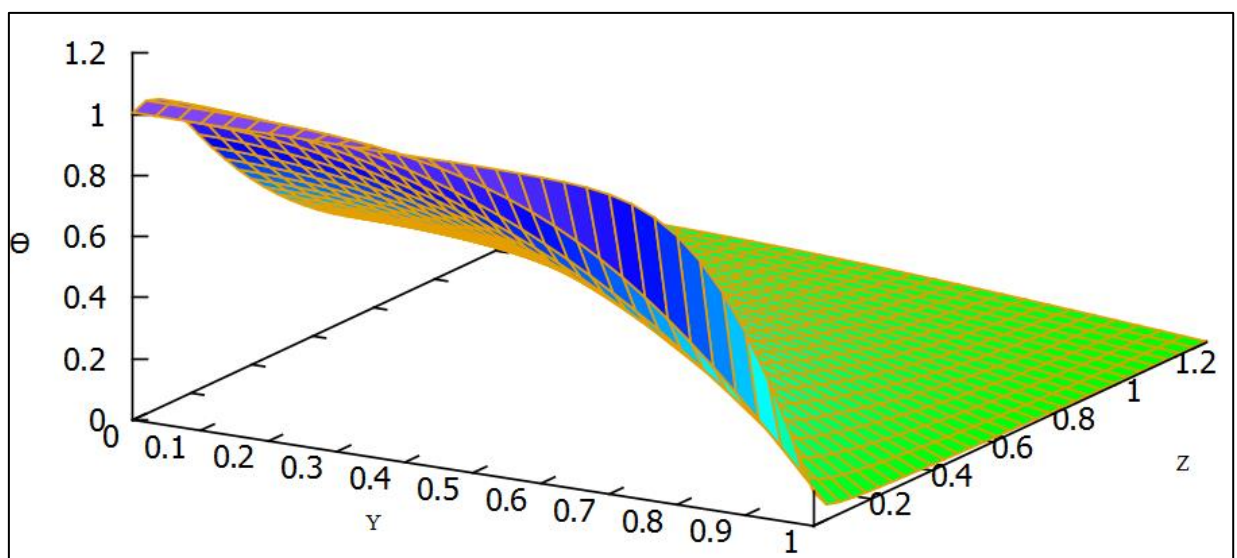
Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 19 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,01$ e 5 termos



Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

Figura 20 - Campo de temperatura no interior do canal de placas planas
 $kn=0,01$ e 10 termos



Fonte: SILVA (2018).
 Dados do Estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizarmos este estudo, sobre o tema solução aproximada para convecção forçada em microcanais, percebe-se o quanto é relevante discutirmos sobre o problema da convecção forçada no escoamento laminar no interior de microcanais formados por placas paralelas. Dessa forma, é de grande valia o entendimento do comportamento da taxa de transferência nesses dispositivos de estudo.

Vale a pena ressaltar a importância da Técnica Transformada Integral Generalizada (GITT) como ferramenta eficaz de obtenção de resultados, onde os valores obtidos pelo programa computacional puderam fornecer dados para que fossem comparados com a literatura sobre o tema em questão.

No tocante aos resultados de convergências encontrados nas tabelas, podemos dizer que a solução aproximada apresentada no presente estudo não representou bem o número de Nusselt para as condições estabelecidas, pois apresentou um erro percentual significativo quando comparado com os dados da literatura. Porém, a solução aproximada para a temperatura média apresentou um comportamento qualitativo esperado, tendo um erro percentual satisfatório para o estudo em questão. Sendo assim, tem-se uma boa opção de estudo e levantamento de dados para avaliação da temperatura média em microcanais formados por placas paralelas.

Fica como sugestão para trabalhos futuros a abordagem para solução do sistema de equações matricial (21) utilizando exponencial de matrizes.

REFERÊNCIAS

BAYAZITOGLU, Y. TUNC, G. 2 ed. In: Conf. **Computational Heat and Mass Transfer**, ICCHMT-2001, E- Papers. vol. 1, Rio de Janeiro, Brasil. p. 112

CASTALHÕES, Fernando Vieira. **Análise da Intensificação Térmica em Canais Corrugados a Baixos Números de Reynolds**. 2010. Tese (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

COTTA, R. M. **Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow**. CRC Press, FL, 1993.

COTTA, R.M., 1993, **Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow**, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA.

COLIN, S., 2003, “**Ecoulements liquides et gazeux dans les micro-conduites**”, Congrès Français de Thermique, STF 2003, Grenoble, Juin.

FERNANDES, Thiago Andrade. **Análise da Convecção Forçada no Escoamento Bidimensional Laminar em Dutos Retangulares Via GITT com Variáveis Primitivas**, 2012, 86f, Tese (Mestrado)- Pós graduação Eng. Mecânica, UFPB, João Pessoa, 2012.

GAL-EL-HAK, M., 2001, “**Flow physics in MEMS**”, *Mec. Ind.*, v. 2, pp. 313-341.

Mikhailov, M. D. & Cotta, R.M., 2005, “**Mixed Symbolic-numerical Computations of Convective Heat Transfer with Slip Flow in Microchannels**”, *Int. Commu. Heat and Mass Tranf.* Vol.32, pp. 341-348.

NONINO, C., SAVINO, S., DEL GIUDICE, S., MANSUTTI, L., 2009, **“Conjugate forced convection and heat conduction in circular microchannels”**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 30, pp. 823-830.

PAPAUTSKY, I., AMEEL, T., FRAZIER, A.B., 2001, **“A review of laminar singlephase flow in microchannels”**, Proc. of 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, New York, NY, USA, November.

ROSTAMI, A.A., MUJUMDAR, A.S., SANIEI, N., 2002, **“Flow and heat transfer for gas flowing in microchannels: a review”**, Heat and Mass Transfer, v. 38, pp. 359-367.

WAUTELET, M., GUIBBIERS, G., 2003, **“Macro-, micro- et nanosystèmes: des physiques différentes?”**, *Congrès Français de Thermique*, STF 2003, Grenoble, Juin.

XAVIER, Pedro Paulo de Araújo. **Estudo Teórico da Convecção Forçada Laminar em Microcanais Via Método das Linhas**. 2018.TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2018.

YENER, Y., KAKAÇ, S., AVELINO, M., OKUTUCU, T., 2005, **“Single-phase forced convection in microchannels – a state-of-the-art review”**, NATO ASI Series, Microscale Heat Transfer, S. Kakaç et al. (eds.), pp.1-24.